TAMPEREEN YLIOPISTO

Pro gradu -tutkielma

Silja Nieminen

Sähköiset kielentämistehtävät ja opiskelijoiden matematiikkakuva

Luonnontieteiden tiedekunta

Matematiikka

Joulukuu 2017

Tampereen yliopisto

Luonnontieteiden tiedekunta

NIEMINEN, SILJA: Sähköiset kielentämistehtävät ja opiskelijoiden matematiikkakuva

Pro gradu -tutkielma, 70 s., 20 liites.

Matematiikka

Marraskuu 2017

Tiivistelmä

Matematiikan ylioppilaskokeet kirjoitetaan keväästä 2019 lähtien sähköisesti. Tässä Pro gradu -tutkimuksessa selvitetään opiskelijoiden suhtautumista sähköisiin tehtäviin ja kokeisiin, sekä asenteiden taustalla oleviin mahdollisiin tekijöihin. Lisäksi tutkitaan kielentämistehtävien sopivuutta sähköisiksi koetehtäviksi. Kohdejoukkona tutkimuksessa oli Lempäälän lukion kaksi satunnaisesti valittua MAY1 kurssin ryhmää, ryhmissä oli yhteensä 48 opiskelijaa. Tutkimusaineisto kerättiin syksyllä 2017. Tutkimusmenetelmänä käytettiin monimenetelmällistä tapaa, eli tuloksia on tulkittu sekä kvalitatiivisesti että kvantitatiivisesti.

Teoreettisessa viitekehyksessä otetaan katsaus sähköisiin oppimisympäristöihin ja tutustutaan matematiikkakuvan ja kielentämisen käsitteisiin aikaisempien tutkimusten pohjalta. Tutkimuksessa keskitytään ohjelmistoista lähinnä Texas Instrumentsin Nspire CAS -laskimen käytön sopivuuteen sähköisissä tehtävissä.

Tutkimustulosten mukaan opiskelijoiden pelko koskien sähköisiä tehtäviä laski keskimääräisesti MAY1 kurssin aikana, kun he käyttivät eri ohjelmistoja ja opettajalla oli myönteinen asenne sähköisiin ohjelmistoihin. Tutkimuksen mukaan kielentämistehtävät soveltuvat hyvin TI-Nspire CAS -laskimelle. Suurin osa opiskelijoista koki, ettei kielentämistehtävät parantaneet oppimistulostaan, mutta käyttivät mielellään luonnollista kieltä ratkaisujen perusteluissa ja hyötyivät siitä.

Avainsanat: Kielentäminen, matematiikkakuva, sähköinen ylioppilastutkinto

Alkusanat

Tämä työ on ollut mielenkiintoinen ja opettavainen prosessi. Olen kiitollinen, että sain työskennellä asiantuntevien ja alalla arvostettujen henkilöiden kanssa. Suuri kiitos kuuluu siis gradua ohjanneelle Jorma Joutsenlahdelle, joka pätevyydellään ja tuellaan helpotti tutkimuksen tekemistä suuresti. Kiitos Mika Setälälle, joka lähti tutkimukseen mukaan ja tartutti myös minuun innokkuutensa sähköisiä ohjelmistoja kohtaan. Lisäksi haluan kiittää tutkimukseen osallistuvia opiskelijoita, jotka antoivat aikaansa tutkimukselle.

Sisältö

1 Johdanto

Pro gradu -tutkimukseni aiheen valintaan vaikuttivat omat ennakkokäsitykseni ja ajatukseni koskien sähköistyviä matematiikan ylioppilaskirjoituksia. Itse kuulun sukupolveen, joka on pääasiassa työskennellyt kynällä ja paperilla. Laskimen avulla on tehty vain mekaaniset laskutoimitukset. Voin vain kuvitella, miltä opiskelun sähköistyminen kuulosti matematiikan opettajista, jotka ovat opettaneet vuosikymmeniä matematiikkaa ilman sähköisiä apuvälineitä. Tuleva muutos nostatti myös minussa ajatuksia ja tunteita. Onko järjestelyssä järkeä? Voiko opiskelija näyttää osaamisensa, jos laskin laskee kaiken opiskelijan puolesta? Halusin tutkia aihetta ja sähköisten oppimisympäristöjen mahdollisesti tuomia hyötyjä. Mediassa ja keskusteluissa tuntui löytyvän niin puolesta puhujia kuin muutoksen vastustajia. Pikkuhiljaa aloin nähdä kokonaiskuvan, puolestapuhujat ovat niitä, jotka vievät kehitystä eteenpäin. Vastustajat vaikeuttavat vain omaa työtään, sillä muutos tulee kuitenkin koskemaan jokaista. Seuraava kysymys joka heräsi, oli, miten opettajan suhtautuminen sähköisiin ohjelmistoihin ja kokeisiin mahdollisesti vaikuttaa opiskelijoiden suhtautumiseen ja asenteisiin sähköisiä kokeita kohtaan, ja onko sillä vaikutusta ylioppilaskirjoituksissa menestymiseen.

Koska kyseessä on vasta tuleva muutos ja siirtyminen sähköisiin ohjelmistoihin tapahtuu asteittain, eri tahtiin eri lukioissa ja luokissa, minun täytyi miettiä tutkimuskohde, jonka avulla voisi ennustaa opiskelijoiden asenteita ja menestymistä sähköisissä matematiikan ylioppilaskokeissa. Sain ohjaajaltani Jorma Joutsenlahdelta idean tutkia opiskelijoiden matematiikkakuvaa, josta on tehty aikaisempaa tutkimusta. Matematiikkakuva antaa tietoa opiskelijoiden uskomuksista ja käsityksistä matematiikka kohtaan ja sillä on aikaisemmissa tutkimuksissa todettu olevan yhteys oppimistuloksiin. Halusin selvittää, millainen matematiikkakuva opiskelijoilla on ja kuinka opiskelijat asennoituvat sähköisiin ohjelmistoihin ja kokeisiin. Aikaisempien tutkimusten perusteella opettajalla on keskeinen rooli opiskelijan uskomusten syntymisessä, joten halusin löytää opettajan, joka on muutoksen puolesta puhuja ja ohjelmistomyönteinen osaaja. Tällöin voisi pohtia, missä määrin opettajan oma suhtautuminen ja missä määrin opiskelijoiden matematiikkakuva vaikuttaa asenteisiin.

Halusin osaltani olla kehitystyössä mukana ja siitä syystä tutkin millaisilla tehtävillä sähköisissä ylioppilaskirjoituksissa opiskelijoiden osaamista kannattaa testata. Tehtävien tulisi olla tietokoneella tehtäviä ja ymmärrystä mittaavia, sellaisia joissa ratkaisu ei nojaa laskimen toimintoihin. Ohjaajani Jorma Joutsenlahti on vuosia tutkinut kielentämistä matematiikassa ja jo ensi kuulemalta kielentäminen vaikutti vastaavan sähköisten ylioppilaskokeiden matematiikan kysymysten haasteisiin. Mielenkiinnolla lähdin tutkimaan kielentämistä ja aikaisempia tutkimuksia, joiden mukaan opiskelijat kokivat oppivansa ja ymmärtävänsä vaikeita käsitteitä paremmin kielentämisen avulla. Päätin tutkia, miten kielentämistehtävät sujuvat tietokoneohjelmistoilla tehtynä ja mitä mieltä opiskelijat ovat niistä.

Sain ainutlaatuisen mahdollisuuden lähteä tekemään tutkimusta Lempäälän lukion matematiikan sekä tieto- ja mediatekniikan opettajan Mika Setälän kanssa. Hän on tietotekniikan edelläkävijä, muutoksen puolesta puhuja ja todellinen osaaja, tiesin että hänen positiiviset uskomuksensa matematiikan kokeiden ja tehtävien sähköistymisestä välittyvät myös opiskelijoille. Tutkimusaineisto koostuu Setälän MAY1 kurssin opiskelijoiden tekemistä kielentämistehtävistä ja kahden kyselyn tuloksista koskien matematiikka kuvaa sekä kielentämistehtäviä. Asenteita sähköisiä tehtäviä kohtaan kysyttiin sekä kurssin alussa, että lopussa.

Luvussa 2 otetaan katsaus matematiikan ylioppilaskirjoitusten sähköistymiseen ja tutustutaan muutamiin sähköisiin ohjelmistoihin, joita kokeessa voi käyttää. Luvussa 3 perehdytään matematiikkakuvaan, miten se muodostuu ja muuttuu, mitkä tekijät vaikuttavat sen muodostumiseen ja miten matematiikkakuva vaikuttaa oppimiseen. Luvussa 4 tutustutaan kielentämisen käsitteeseen matematiikassa. Luvussa käydään läpi erilaisia kielentämisen ratkaisumalleja ja tehtävätyyppejä. Luvussa 5 esittelen tutkimuksen tarkoituksen ja metodologian. Tutkimuksen analyysi ja tulokset on esitetty luvussa 6, olen jakanut tulokset matematiikkakuvaa koskeviin tuloksiin ja kielentämistehtäviä koskeviin tuloksiin. Johtopäätökset ja pohdinnan olen erottanut omaksi luvukseen 7, jossa otan kantaa myös tutkimuksen luotettavuuteen ja eettisiin näkökulmiin sekä pohdin jatkotutkimusmahdollisuuksia.

2 Sähköiset oppimisympäristöt matematiikan opiskelussa

Suomessa keväästä 2019 alkaen opiskelijat kirjoittavat matematiikan ylioppilaskokeen sähköisesti. Tämä tarkoittaa sitä, että ylioppilaskokeissa tehtävät annetaan sähköisesti ja opiskelijat kirjoittavat ja palauttavat vastaukset myös sähköisesti. Matematiikassa toteutus on varmasti haastavin, sillä matemaattisten merkintöjen kirjoittaminen eri ohjelmilla ei ole yhtä vaivatonta kuin tekstin, tästä syystä matematiikka onkin ylioppilaslautakunnan 2013 päättämässä sähköistämisaikataulussa viimeinen aine joka kirjoitetaan sähköisesti, jotta opettajilla on aikaa löytää mahdollisimman parhaat tekniset ratkaisut. Toisaalta opettajien keskuudessa herää kysymyksiä, onko teknisten ratkaisujen etsiminen opettajan vastuulla, vai kuuluisiko vastuu ulkoistaa ja ohjelmat kehittää opettajien ja opiskelijoiden tarpeiden mukaan.

Kokeet toteutetaan Abitti-koejärjestelmällä, mutta kaikkia käytössä olevia ohjelmia ei ole vielä tänä vuonnakaan matematiikan osalta lopullisesti päätetty. Tällä hetkellä Abitissa voi käyttää muun muassa GeoGebraa, TI-Nspire tai Casio CAS-laskintа, 4f Vihkoa, ja Abitin omaa matikkaeditoria. Tärkeää olisi, että ohjelmisto toimisi mahdollisimman vaivattomasti ja että sillä voisi ratkaista erilaisia tehtäviä monipuolisesti. Pohdinnassa on myös ollut, montako ohjelmistoa opiskelijan tulee hallita ja mikä painoarvo opetuksessa annetaan ohjelmistojen opetteluun. Itse näen että on mahdollista kehittää toimiva ohjelma, jolla kokeet on helppo ja mielekäs toteuttaa.

Sähköisiä matematiikan ylioppilaskokeita on jo aikaisemmin kirjoitettu muissa Euroopan maissa, kuten Tanskassa, Hollannissa, Slovakiassa ja Puolassa. Toteutukset ovat olleet onnistuneita ottaen huomioon, että jokaisessa maassa on omat opetussuunnitelmansa, jonka pohjalta kokeet on suunniteltu ja toteutettu. Monessa Euroopan maassa kokeiden sähköistyminen on pystytty toteuttamaan ilman radikaaleja muutoksia ja tietokone on lähinnä korvannut kynän ja paperin. (Hietakymi, 2013)

Koska matematiikan sähköistyminen on uusi aihe, ei sitä ole vielä kovin laaja-alaisesti voitu tutkia. Mika Setälän (2016) teettämässä tapaustutkimuksessa ilmeni, että kohderyhmän opiskelijoista (N=60) suurin osa koki hyväksi sen, että kokeet tehtiin sähköisesti jo ensimmäisellä kurssilla. Työskentely CAS-laskimella koettiin melko helpoksi. Muistiinpano sovelluksen helppokäyttöisyydestä opiskelijatt eivät olleet yksimielisiä. Sen sijaan Abitti-kokeen käynnistäminen tikulta ja tekeminen koettiin helpoksi. Opiskelijoista suurin osa oli sitä mieltä, että osasivat ratkaista tehtävät sähköisesti yhtä hyvin kuin olisivat osanneet paperillakin.

Seuraavaksi esitellään lyhyesti eräitä hyödyllisiä sähköisiä oppimisympäristöjä, jotka ovat käytettävissä suomen kielellä.

GeoGebra

GeoGebra on opetustarkoitukseen ja koulukäyttöön kansainvälisellä yhteistyöllä kehitetty ilmainen ohjelmisto. GeoGebra soveltuu eri tasoisille oppijoille aina alakoulusta yliopistoon asti. Geo viittaa piirto-ohjelmistoon ja Gebra algebralliseen esitysmuotoon ja symboliseen laskentaan. GeoGebra on helppo ja selkeäkäyttöinen ja ominaisuuksiltaan monipuolinen. GeoGebra soveltuu hyvin geometrian, algebran, analyysin, taulukkolaskennan ja tilastotieteen aihepiirien käsittelyyn. Myös kuvaajien piirtäminen GeoGebran avulla on yksinkertaista. GeoGebraa voi käyttää verkkoselaimen kautta tai sen voi halutessaan ladata ilmaiseksi myös koneelle. GeoGebran ollessa avoimen koodin ohjelmisto, sitä päivitetään jatkuvasti, tästä syystä verkkoselaimen kautta käytetty ohjelmisto sisältää uusimmat päivitykset reaaliajassa. GeoGebrasta on saatavilla runsaasti opetuskäyttöön soveltuvaa käyttäjien tekemää materiaalia, kuten opetusvideoita GeoGebran sivuilla ja GeoGebraTube palvelussa. (Kairema, 2015)

GeoGebran soveltuvuutta ja käyttömukavuutta ylioppilaskirjoituksissa ja erilaisissa matemaattisissa tehtävissä on tutkinut aikaisemmin Eveliina Hietakymi (2014). GeoGebra soveltuu monipuolisuutensa vuoksi hyvin ylioppilaskokeisiin, mutta siinä on Hietakymin mukaan puutteitta kuten liian laaja työvälineistö, ohjeet GeoGebran käyttöön ja vapaan kirjoituksen siisteys ei vastaa ylioppilaslautakunnan siisteysvaatimuksia. Koska GeoGebrassa on muun muassa CAS-laskin, sitä ei voi kokonaisuudessaan hyväksyä matematiikan kirjoitusten A-osioon, jossa laskinta ei sallita.

TI-Nspire CAS -laskin

Texas Instrumentsin matematiikkaohjelmisto TI-Nspire CAS vaatii lisenssin ja lisenssejä on monenlaisia. Opettajille lisenssi on ilmainen. Opiskelija voi ostaa oman lisenssin, mutta koululla on myös mahdollisuus ostaa lisenssi, joka koskee myös opiskelijoiden omia laitteitta. Ohjelmisto toimii samalla tavalla kuin aiemmin käytössä ollut kämmenlaskin. Ohjelmiston avulla kuitenkin tekstin ja ratkaisujen kirjoittaminen on helpompaa ja selkeämpää, sillä kämmenlaskimen pienen ruudun ja näppäimien sijaan opiskelijalla on käytössä tietokoneen näytön kokoinen ruutu ja tietokoneen näppäimistö. Ohjelmisto on monipuolinen ja soveltuu myös fysiikan ja kemian opintoihin. Laskinohjelmiston toimintoihin sisältyvät laskin, kuvaajat, geometria, listat, taulukot, muistiinpanot, data ja tilastot sekä Vernier DataQuest -sovellus. Muistiinpanosovelluksen avulla tehtävien ratkaisut ovat helposti luettavissa, luonnollisen kielen ja symbolisen laskennan yhdistäminen sujuu saumattomasti. Ohjelmistolla tehdyt ratkaisut on helppo tallentaa, jakaa ja avata tns-tiedostoina. (Texas Instruments)

TI-Nspire CAS -laskin sallitaan ylioppilaskokeiden B-osiossa ja sen ominaisuudet ovat mielestäni hyvin kattavat erilaisia tehtäviä ajatellen. TI-Nspire CAS laskin on monille entuudestaan tuttu kämmenlaskimena, ja tietokone ohjelmistoa pystyy käyttämään kämmenlaskinta vastaavasti.

4f Vihko

FourFerries Oy:n 4f Vihko on sähköinen muistiinpanovihko opiskelijoille ja opettajille eri oppiaineissa. Vihko on ikään kuin kirja, jossa on eri lukuja ja kappaleita. Sisällysluettelo päivittyy automaattisesti. Kappaleet koostuvat sivuista ja sivut erilaisista elementeistä. Vihko tukee erityisesti matematiikan opiskelua, sillä vihko sisältää matematiikkatyökaluja eli eMath-editorit. Matematiikkaympäristössä on valmiit paikat sanallisille perusteluille, ja vihon avulla päättelyketjun perustelut on helppo sijoittaa valmiiksi luotuun rakenteeseen. Lisäksi matematiikkatyökaluista löytyy funktiopiirturi, taulukkoelementti, merkkikaavio sekä geometriatyökalu. Ohjelmoinnin muistiinpanoissa auttaa eMath-editorin koodielementti. Vihko sisältää matematiikkatyökalujen lisäksi tekstielementin, kuvaelementin ja upotuselementin, laatikkoelementin ja audioelementin. Kuvien ja videoiden lisääminen vihkoon on helppoa. Vihko soveltuu myös opettajan materiaalien tuottamiseen ja materiaalit on helppo jakaa vihon avulla opiskelijoille. 4f Vihko on tällä hetkellä yhteensopiva LibreOffice Writerin ja Microsoft Wordin kanssa. (Four Ferries)

4f Vihko sovellus maksaa noin kymmenen euroa, ja sillä voi luoda kuusi vihkoa, joissa rajaton määrä sivuja. 4f Studiolla puolestaan voi luoda rajattoman määrän vihkoja, mutta käyttö ostetaan määräajaksi. Jokainen pääsee kuitenkin käyttämään 4f Vihko sivua ilmaiseksi, jonka avulla voi luoda ja tallentaa ja jakaa sisältöä. (Four Ferries) 4f Vihko on testikäytössä myös Abitissa.

Sopivan ohjelmiston valinta riippuu opettajasta, mitä ohjelmistoja hän suosii ja kuinka laajasti niitä opiskelijoille esittelee. Toisaalta on hyvä miettiä, kuinka monen ohjelmiston hallinta opiskelijalle on hyödyllistä ja kuinka paljon aikaa eri ohjelmistojen opetteluun halutaan käyttää. Tässä tutkimuksessa opiskelijat käyttivät tehtäviä ratkaistessaan TI-Nspire CAS-laskinta vastauksia tuottaessaan, sillä he opettelivat sen käyttöä saman kurssin aikana.

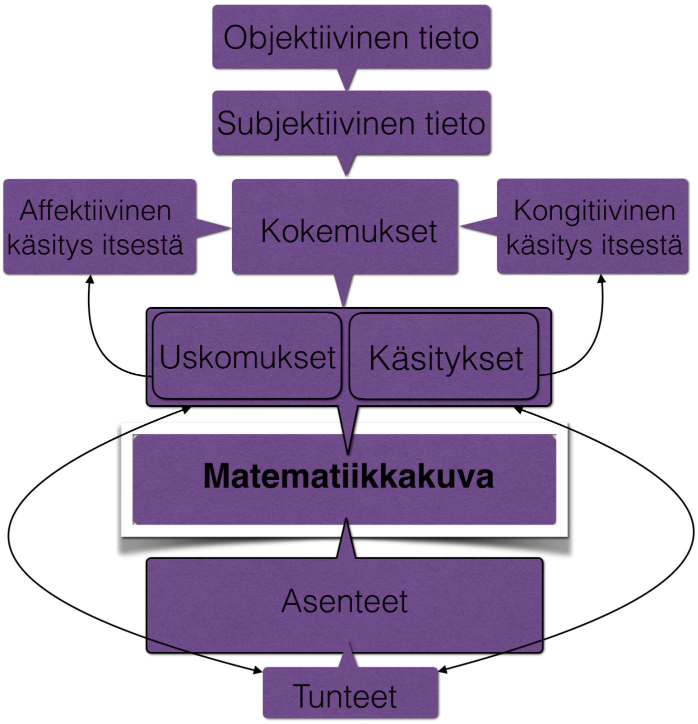
3 Matematiikkakuva

Tässä kappaleessa tutustutaan matematiikkakuvaan ja aikaisempiin tutkimustuloksiin matematiikkakuvaan liittyen. Aluksi esitetään, miten matematiikkakuva muodostuu ja sen jälkeen perehdytään matematiikkakuvaan vaikuttaviin tekijöihin. Lisäksi tutustutaan matematiikkakuvan merkitykseen oppimisen kannalta. Lopuksi pohditaan, miten matematiikkakuva muuttuu ja miten sitä voidaan muuttaa enemmän oppimista tukevaksi.

3.1 Muodostuminen

Matematiikkakuva ohjaa yksilön matemaattista käyttäytymistä, ja muodostuu muun muassa yksilön omista uskomuksista, kokemuksista ja asenteista matematiikkaan liittyen (Schoenfeld, 1985; Grigutsch, 1995; Pehkonen, 1995; Kloosterman, 2002; Kaasila, 2002; Joutsenlahti, 2005; Saarivirta, 2008; Komulainen, 2015). Matematiikkakuvan vaikuttavia tekijöitä on muitakin, ja se miten matematiikkakuva määritellään, on tutkimuskohtaista.

Pietilä (2002) määrittelee matematiikkakuvaan vaikuttaviksi tekijöiksi uskomusten, kokemusten ja asenteiden lisäksi tunteet ja tiedon, ja että tunteet vaikuttavat enemmän asenteisiin kuin uskomuksiin. Pehkonen (2001) puolestaan jakaa tiedon edelleen subjektiiviseen ja objektiiviseen tietoon, jossa subjektiivinen tieto rakentuu objektiivisesta tiedosta. Uskomukset voidaan edelleen jakaa tiedostamattomiin uskomuksiin ja tiedostettuihin käsityksiin (Pehkonen 1994). Sekä subjektiivisen tiedon että kokemusten katsotaan vaikuttavan uskomuksiin (Pehkonen, 1995; Furinghetti & Pehkonen, 2002). Uskomukset ja asenteet ovat yhteydessä toisiinsa (Furinghetti & Pehkonen, 2002; Pietilä, 2002; Komulainen, 2015). Lisäksi Pietilän (2002) mukaan yksilön matematiikkakuva kehittyy affektiivisten (tiedostamattomien) ja kognitiivisten (tiedostettujen) käsityksien vuorovaikutuksesta. Matematiikkakuvan voidaan siis katsoa muodostuvan seuraavan kuvion (Kuva 1) mukaisesti.



Kuva 1 Opiskelijan matematiikkakuvaan vaikuttavat tekijät.

Seuraavaksi tutustutaan näihin matematiikkakuvaan vaikuttaviin tekijöihin, miten ne vaikuttavat aikaisempien tutkimuksien mukaan oppimiseen ja miten matematiikkakuva voi muuttua.

3.2 Vaikuttavat tekijät

Objektiivinen tieto on yleisesti ja tieteellisesti hyväksyttyä tietoa. Subjektiivinen tieto puolestaan on henkilön omakohtaista tietoa ja tulkintaa objektiivisesta tiedosta, jolla ei välttämättä ole tieteellistä perustaa. (Pehkonen, 2002) Esimerkiksi funktion käsite on objektiivista tietoa, mutta mikä se on ja mitä ominaisuuksia sillä on, puolestaan on yksilön subjektiivista tietoa. Yksilö siis muuttaa objektiivisen tiedon subjektiiviseksi tiedoksi.

Kun henkilö käyttää subjektiivista tietoaan, hän saa kokemuksia ja nämä kokemukset muodostavat uskomuksia asiasta ja itsestä. Näin uskomukset pohjautuvat tietoon ja kokemukseen (vrt. Furinghetti Pehkonen 2002). Yksilö ei kuitenkaan aina tiedosta kaikkia uskomuksiaan, tiedostettuja uskomuksia kutsutaan käsityksiksi, joiden syntyyn vaikuttavat muut ihmiset ja heidän uskomuksensa (Pehkonen, 1994 & 1995). Uskomukset ovat psykologinen opas yksilön toiminnalle, ne ovat mielen rakennelmia, joita yksilö pitää totuutena

(Sigel 1985). Matematiikkakuvaan liittyvät uskomukset voidaan jakaa uskomuksiin itsestä matematiikan oppijana, uskomuksiin matematiikasta yleisesti ja uskomuksiin matematiikan oppimisesta ja opetuksesta. (Eynde, De Corte & Verschaffel, 2006).

Matematiikassa yleisiä uskomuksia ovat esimerkiksi "osa oppimista on virheiden tekeminen" ja "matematiikka on ulkoa opettelemista" (Leder, Pehkonen & Törner, 2002, s.20). Opiskelijan uskomuksiin kuuluu myös käsitys itsestä matematiikan oppijana. Pietilä (2002) jakaa käsitykset affektiivisiin ja kognitiivisiin käsityksiin itsestä. Affektiivinen eli arvioiva käsitys on tiedostamaton ja perustuu itsensä arvostamiseen, tiedostamiseen ja itsetuntemukseen. Kognitiivinen eli rakenteellinen käsitys puolestaan on tiedostettu ja käsittää esimerkiksi opiskelijan näkemyksiä omista kyvyistä. Uskomukset ohjaavat ajattelun ja toiminnan lisäksi sitä, miten opiskelija tulkitsee kokemuksiaan (Wolfe, Murray Phillips 1992). Käsitykset ohjaavat näin yksilön kokemusta ja sen tulkintaa, josta jälleen muodostuu uusia uskomuksia ja käsityksiä (Väisänen & Silkelä, 2000). Tästä syystä uskomusten painoarvo matematiikkakuvaakin tarkasteltaessa on merkittävä.

Asenne on yksilön myönteinen tai kielteinen suhtautumistapa tiettyyn kohteeseen. Asenteisiin kuuluu esimerkiksi kiinnostusta, innostusta, nauttimista tai päinvastoin esimerkiksi välinpitämättömyyttä ja tylsistymistä (Ernest, 1989). Gordon Allport (1954) määrittää asenteen seuraavasti:

> *"Asenne on opittu taipumus ajatella, tuntea ja käyttäytyä erityisellä tavalla tiettyä kohdetta kohtaan."*

Asenteet sisältävätkin enemmän tunteita kuin tietoa (Pietilä, 2002). MacLeod (1992) kuvaakin asenteita kohtalaisen intensiivisiksi ja pysyviksi tunteiksi, jotka voivat vaihdella matematiikan eri osa-alueita kohtaan. Tunteet sen sijaan ovat intensiivisempiä ja ne muuttuvat nopeasti. Matematiikassa yksilö saattaa kokea voimakasta ahdistusta vaikeaa tehtävää ratkaistaessa, mutta ratkaistuaan tehtävän kokeekin voimakasta iloa ja tyytyväisyyttä. Marja-Liisa Malmivuoren (2001) mukaan haastavan tehtävän ratkaisemisen tuoma ilo ja positiivinen kokemus ovat pitkäaikaisempia tuntemuksia kuin ohimenevät tunnereaktiot.

Uskomukset ja kokemukset synnyttävät ajatukset. Ajatukset joita ajattelemme, luovat tunteemme ja tunteet asenteen. Näin ollen kuvan 1 mukaisesti uskomusten ja tunteiden välillä on yhteys. Opiskelijan matematiikkakuva onkin monen tekijän vaikutuksen summa, ja kaikki lähtee uskomuksista.

3.3 Vaikutus oppimiseen

Opiskelijan matematiikkakuvaan liittyvää minäkäsitystä on pidetty merkittävänä osana oppimistuloksia jo 1970-luvulta lähtien (Räsänen 1997). Koska itsetunnolla ja saavutuksilla on yhteys matematiikkakuvaan (Grigutchin, 1995; Pietilä 2002), voidaan puhua positiivisesta ja negatiivisesta matematiikkakuvasta. Useat tutkimukset osoittavat, että opiskelijan tapa lähestyä ongelmaa, lähtee sitä ratkaisemaan ja kuinka hyvin sen osaa ratkaista, riippuu hänen matematiikkakuvastaan (Leder, Pehkonen & Törner, 2002, s.15-20). Tuotettujen ratkaisujen lisäksi, opiskelijan matematiikkakuva vaikuttaa asioiden ymmärtämiseen ja affektiivisiin reaktioihin sekä siihen, miten opiskelija toimii opetustilanteissa (Pietilä, 2002).

Uskomukset matematiikasta joko mahdollistavat tai rajoittavat yhteyksien luomista matematiikan ja käytännön välille ja yhteys näiden välillä riippuu yksilön ontologisesta uskomuksesta (Presmeg, 2002). Pehkosen (1995) mukaan opiskelijat joilla on negatiivinen matematiikkakuva, ovat alttiimpia opettelemaan asioita ulkoa, sen sijaan että pyrkisivät ymmärtämään asioita ja tämä vaikuttaa oppimistuloksiin.

Matematiikkakuvalla on yhteys opiskelumotivaation (Leder, Pehkonen & Törner, 2002, s.15-20), mikä näkyy opiskelijan todellisessa osaamisessa (Kupari, Vettenranta & Nissinen, 2012). Asenteilla on havaittu olevan yhteys oppilastuloksiin (Kupari, 2012). Asenteissa sukupuolten välillä on ollut eroja, yläkoulu ikäiset tytöt eivät pidä matematiikasta yhtä paljon kuin pojat ja tuntevat ahdistusta herkemmin kuin pojat (Hannula, 1998). Negatiivinen asenne johtaa pahimmillaan matematiikkakammoon (Ernest, 1989). Koepelkoa esiintyy opiskelijoilla, jotka suhtautuvat negatiivisesti matematiikkaan (Trujillo & Hadfield, 1999; Komulainen, 2015).

Selvästikin matematiikkakuvalla ja sen osatekijöillä on aikaisempien tutkimusten nojalla vaikutus oppimistuloksiin. Opetuksessa onkin syytä kiinnittää huomiota opiskelijoiden positiivisen matematiikkakuvan tukemiseen. Matematiikkakuva on kuitenkin osa yksilön minäkuvaa, ja muuttuu läpi elämän.

3.4 Muuttuminen

Uskomusjärjestelmiä yleisesti koskevat tutkimukset sijoittuvat kymmenien vuosien päähän, ja sen jälkeen on tutkittu lähinnä ihmisen uskomuksia liittyen johonkin tiettyyn asiaan. Uskomukset voivat muuttua, kun ihminen saa lisää tietoa asiasta (Abelson, 1986). Sigelin (1985) mukaan tietoon perustuvat uskomukset ovat pysyvämpiä kuin ne jotka eivät pohjaudu tosiasiatietoon. Myös uskomuksen tärkeys ja keskeisyys elämässä vaikuttaa sen muuttumisen todennäköisyyteen, ja uskomus on sitä vaikeampi muuttaa mitä tärkeämpi tämä yksilölle on (Rokeach, 1970). Tämän valossa matematiikkakuva, joka muodostuu yksilön uskomuksista voi muuttua uskomuksia muuttamalla.

Matematiikkakuva muuttuu positiivisemmaksi, kun opiskelija kokee onnistumisia, innostuneisuutta, varmuutta tekemiseen ja saa kokemuksia matematiikan hyödyllisyydestä. Kannustavalla ja innostavalla ilmapiirillä on myös positiivinen vaikutus matematiikkakuvaan. (Pietilä, 2002)

Pehkosen (1995) mukaan opettajalla on mahdollisuus vaikuttaa opiskelijoiden matematiikkakuvaan, jos hän ymmärtää opiskelijoiden ajatuksia ja käsityksiä. Koska yhteys matematiikan ja käytännön elämän välillä riippuu yksilön ontologisesta uskomuksesta, uusien yhteyksien luominen näiden välille vaatii yksilön uskomusten muuttamista (Presmeg, 2002). Pehkosen (1994) tekemän tutkimuksen mukaan opiskelijoiden käsityksiin ja uskomuksiin vaikuttavat opettajan omat uskomukset ja käsitykset. Joten kun opettajan oma matematiikkakuva on positiivinen ja myönteinen, muuttaa se myös opiskelijoiden matematiikkakuvaa positiivisemmaksi.

Sanotaan että muutos lähtee itsestä, tämän kappaleen yhteenvetona voidaan kuitenkin todeta, että muutokseen vaikuttavat myös ulkopuoliset tekijät, varsinkin silloin kun kyse on tiedostamattomista mielen rakenteista. Tällöin opettajalla ja vanhemmilla on mahdollisuus vaikuttaa opiskelijan menestymiseen, tarkastelemalla omaa matematiikkakuvaansa ja tarvittaessa korjaamaan omia uskomuksiaan ja asenteitaan matematiikka kohtaan.

> *"Be the change you'd be impressed to see in others. But don't preach. Instead, lead quietly by example."*
>
> –Raam Dev

4 Kielentäminen matematiikassa

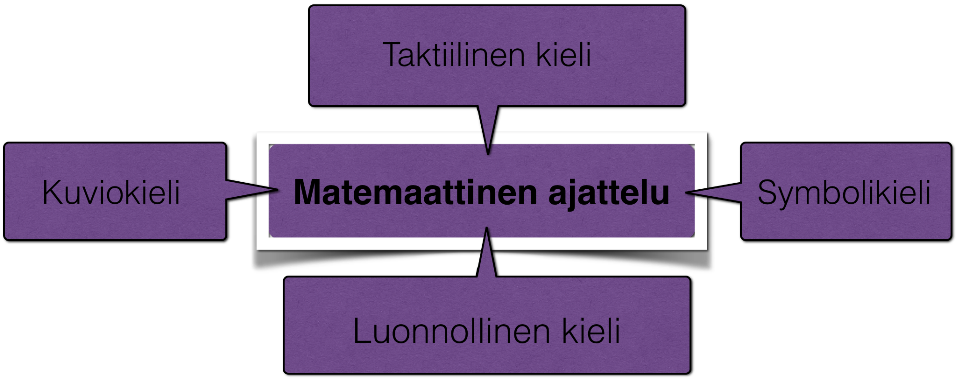
Tässä kappaleessa tutustutaan kielentämisen käsitteeseen ja aikaisempiin tutkimustuloksiin. Kielentämistä voidaan hyödyntää matematiikassa niin ratkaisussa kuin tehtävänannossa. Kielentämällä ratkaistut tehtävät voivat olla rakenteeltaan erilaisia. Tässä kappaleessa esitetään erilaiset ratkaisumallit joita opiskelijat voivat hyödyntää. Opettajat puolestaan voivat hyödyntää erilaisia kielentämistehtävätyyppejä, jotka esitellään ratkaisumallien jälkeen.

4.1 Kielentäminen ja aikaisemmat tutkimukset

Kielentäminen matematiikassa on ajattelun ilmaisemista kielen avulla. Kielentäminen on sekä työkalu omaan ajatteluun, että väline arviointiin (Joutsenlahti & Rättyä, 2015).

Ajatuksen matematiikasta omana kielenään esitti aikoinaan David Pimm (1987). Toisin kuin luonnollisella kielellä, matematiikan symbolikielellä ei kuitenkaan voida ilmaista esimerkiksi affektioita, mielipiteitä tai aikaa. On siis perusteltua jakaa kielet puhuttuun kieleen eli luonnolliseen kieleen ja keinotekoiseen kieleen kuten esimerkiksi formaaliin kieleen ja matematiikkaan (Niiniluoto, 1997; Ruohonen, 2008). Saman jaottelun kielien välille on tehnyt Reuben Hersh (1997), joka käyttää matematiikan kielestä sanan *language* sijaan termiä *lingo*. Lev Vygotskin (1982) mukaan Matemaattinen ajattelu kuitenkin tapahtuu luonnollisen kielen avulla, ja nykyisten tutkimusten mukaan matematiikan kieli on yhdistelmä eri kieliä, jotka kuuluvat matemaattiseen ajatteluun (Joutsenlahti & Kulju, 2010).

Matemaattinen ajattelu koostuu matematiikan symbolikielestä, luonnollisesta kielestä, kuviokielestä ja taktiilisesta kielestä (Joutsenlahti, 2015). Symbolikieli sisältää matematiikan symbolit ja merkinnät. Luonnollisella kielellä tarkoitetaan luonnollista puhuttua kieltä, kuten esimerkiksi suomen kieltä. Kuviokieli kostuu matemaattisista kuvioista kuten esimerkiksi muodoista ja kuvaajista. Taktiilinen kieli tarkoittaa toiminnallista kieltä, jota oppija hyödyntää käyttäessään esimerkiksi helmitaulua, kymmenjärjestelmän oppimiseen kehitettyjä palikoita tai murtolukujen ymmärtämiseen kehitettyjä murtokakkuja. Kielentäminen on siis matemaattisen ajattelun ilmaisemista suullisesti tai kirjallisesti, käyttäen matemaattiseen ajatteluun kuuluuvia eri kielityyppejä. Matemaattisen ajattelun voidaan katsoa muodostuvan seuraavan kuvion (kuva 2) mukaisesti.



Kuva 2 Matemaattisen ajattelun ilmaisuun käytettävät kielet (Joutsenlahti & Rättyä, 2015).

Tutkimuksien mukaan matemaattisten ongelmien ratkaisut, joissa on käytetty luonnollista kieltä tehostavat matematiikan oppimista, kehittävät matemaattista ajattelua ja ymmärtämistä ja muuttavat oppilaiden käsityksiä matematiikasta, sekä auttavat opettajaa arvioinnissa (Morgan, 2001; Joutsenlahti 2015; Sarikka, 2014). Kielentämisen avulla esitetyt ratkaisut ovat helppolukuisia ja niiden avulla myös vertaisoppijoiden matemaattinen ajattelu kehittyy (Joutsenlahti 2015). Hanna Sarikan (2014) tekemän tutkimuksen mukaan osa opiskelijoista kuitenkin mieltää matematiikan kielen yksistään matematiikan symbolikieleen, ja että symbolikielen taitaminen on verrattavissa matematiikan osaamistasoon. Joutsenlahden (2010) mukaan kuitenkin opiskelijan matematiikkakuvaa ja käsitys omasta matematiikanosaamisesta voi parantua, kun opiskelija käyttää sekä luonnollista kieltä että symbolikieltä ratkaisuissaan. Hyvä matematiikkakuva puolestaan johtaa parempiin oppimistuloksiin (Leder, Pehkonen & Törner, 2002, s.15-20). Sarikan (2014) mukaan opiskelijat kokevat kielentämällä ratkaistut tehtävät hyödyllisinä myös kokeisiin lukiessa, sillä perusteltuihin ratkaisuihin on helpompi palata myöhemmin.

Tutkimusten myötä kielentäminen on huomioitu myös opetussuunnitelmissa (OPS, 2014; LOPS, 2015). Lukion opetussuunnitelman mukaan opiskelijaa tulee rohkaista ja tukea käyttämään ajattelua tukevia kuvia, piirroksia ja välineitä sekä siirtymään näiden esitysmuotojen väillä. Opetuksen tehtävänä on tutustuttaa opiskelija eri matemaattisen ajattelun malleihin ja opettaa opiskelijaa käyttämään puhuttua ja kirjoitettua matematiikan kieltä. (LOPS, 2015 s.163) Pitkässä matematiikassa opiskelijan tavoitteeksi on asetettu kyky ymmärtää ja osata käyttää matematiikan kieltä, taito keskustella matematiikasta sekä oppia arvostamaan perustelujen selkeyttä.

4.2 Ratkaisumallit

Opiskelija voi valita erilaisista kielentämismalleista itselleen ja tehtävälle luontevimman mallin. Tässä esitetään viisi kielentämisratkaisumallia: standardimalli, kertomusmalli, tiekarttamalli, kommenttimalli, päiväkirjamalli (Joutsenlahti, 2009). Opiskelijat käyttävät TI-Nspire CAS laskimella tehtäviä tehdessä oletusarvoisesti laskimen muistiinpanot välilehteä. Muistiinpanoissa matematiikan symbolikieli ja laskut tehdään Math-ruudun avulla, jonka saa esiin pikakomennolla "ctrl + m". Olen liittänyt jokaisen esimerkin perään vielä CAS –laskimella tehdyt ratkaistut eri malleja hyödyntäen, jotta lukija saa selkeämmän käsityksen siitä, mikä merkitys laskimen käytöllä on opiskelijan ymmärrystä arvioitaessa. Jotta mallien erot tulevat hyvin esille, käytetään mallien esittelyssä samaa tehtävänantoa.

4.2.1 Standardimalli

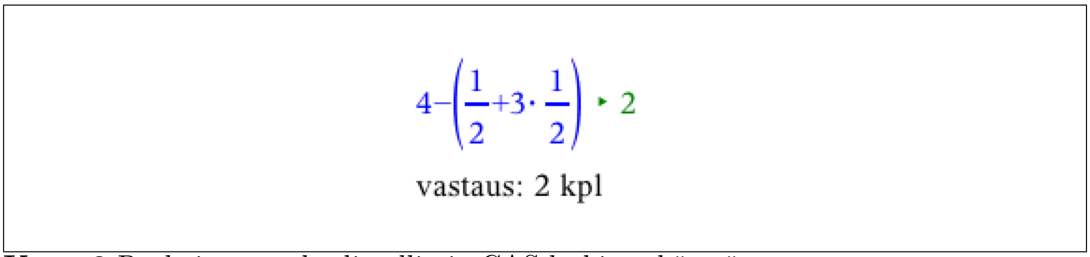
Standardimalli on tunnettu malli peruskoulusta, siinä tehtävä ratkaistaan puhtaasi pelkällä symbolikielellä, eikä ratkaisussa käytetä muita matematiikan kieliä (Joutsenlahti, 2010). Standardimallissa opiskelijan päättelyketju voi olla hankala havaita tai selittää toiselle henkilölle, ellei laskut ole hyvin yksinkertaisia ja yksiselitteisiä. Tietokoneen laskimella laskettuna kyseisen tehtävän ratkaisu saadaan kirjoittamalla vain ensimmäinen lauseke ja kone antaa varstauksen suoraan.

Esimerkki 1. Ratkaisu standardimallia käyttäen.

Tehtävä. Äiti ostaa kaupasta neljä banaania, Hanna syö puolikkaan banaanin ja Pekka kolme puolikasta. Kuinka monta banaania jää jäljelle?

$$4-(\frac{1}{2}+3\cdot\frac{1}{2})=4-(\frac{1}{2}+\frac{3}{2})=4-\frac{4}{2}=4-2=2.$$

Vastaus: 2 kpl



Kuva 3 Ratkaisu standardimallia ja CAS-laskinta käyttäen.

Standardimalli ei sovellu käytettäväksi CAS-laskimella, jos tavoitteena on testata opiskelijan laskutaitoa ja ymmärtämistä. Kuten vastauksista huomaamme, välivaiheet ja opiskelijan oman ajatuksen kuvaaminen jäävät standardimallia käyttäessä CAS-laskimella kokonaan pois.

4.2.2 Kertomusmalli

Kertomusmallissa ratkaisua perustellaan luonnollisella kielellä välivaiheiden välissä. Tällöin ratkaisua on helppo seurata ja opiskelijan ymmärrys tulee selkeämmin esille. (Joutsenlahti, 2010)

Esimerkki 2. Ratkaisu kertomusmallia käyttäen.

Tehtävä. Äiti ostaa kaupasta neljä banaania, Hanna syö puolikkaan banaanin ja Pekka kolme puolikasta. Kuinka monta banaania jää jäljelle?

Lasketaan kuinka paljon banaaneja jää jäljelle, kun niitä on aluksi 4 kpl. Hanna syö $\frac{1}{2}$ banaanin ja Pekka syö

$$3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

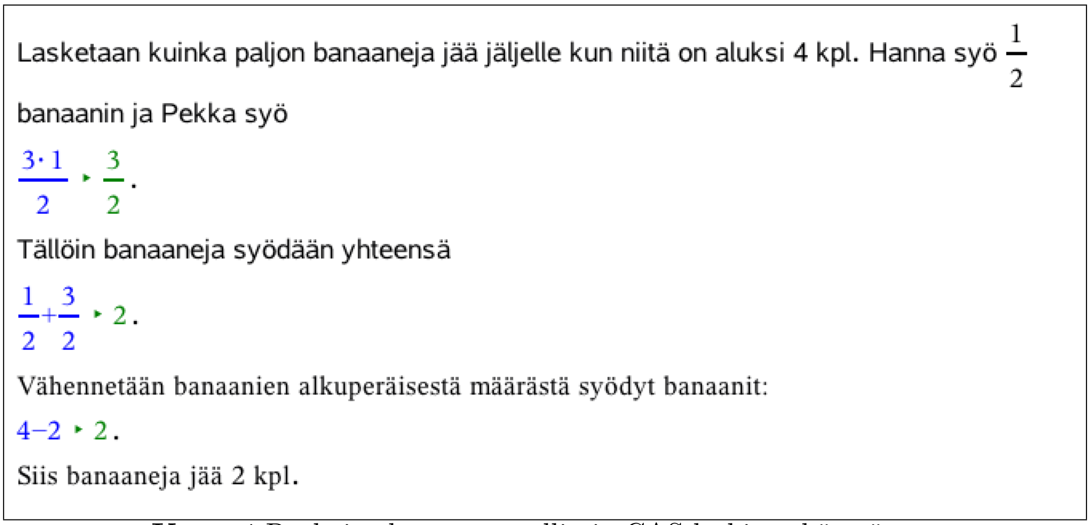
Tällöin banaaneja syödään yhteensä

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2.$$

Vähennetään banaanien alkuperäisestä määrästä syödyt banaanit:

$$4 - 2 = 2.$$

Siis banaaneja jää 2 kpl.


Lasketaan kuinka paljon banaaneja jää jäljelle kun niitä on aluksi 4 kpl. Hanna syö $\frac{1}{2}$ banaanin ja Pekka syö

$\frac{3 \cdot 1}{2} ▸ \frac{3}{2}.$

Tällöin banaaneja syödään yhteensä

$\frac{1}{2}+\frac{3}{2} ▸ 2.$

Vähennetään banaanien alkuperäisestä määrästä syödyt banaanit:

$4-2 ▸ 2.$

Siis banaaneja jää 2 kpl.

Kuva 4 Ratkaisu kertomusmallia ja CAS-laskinta käyttäen.

Kertomusmalli soveltuu myös CAS-laskimelle, tässä laskin laskee välivaiheiden laskutoimitukset, jolloin opiskelijan ajattelu tulee vastauksesta ilmi paremmin.

4.2.3 Tiekarttamalli

Tiekarttamallissa vastaus aloitetaan luonnollisella kielellä selittämällä, mitä tullaan laskemaan (Joutsenlahti, 2010). Tämä malli voisi sopia niille, jotka harjoittelevat kielentämistä ja ovat tottuneet ratkaisemaan tehtäviä pelkällä symbolikielellä. Laskun voi nimittäin laskea ensin ja sen jälkeen kirjoittaa alkuun mitä lasketaan.

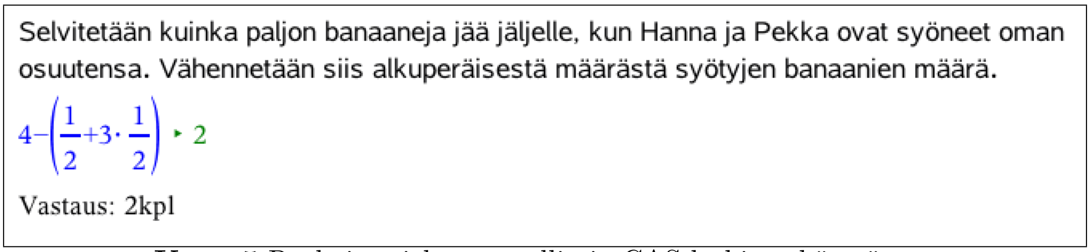
Esimerkki 3. Ratkaisu tiekarttamallia käyttäen.

Tehtävä. Äiti ostaa kaupasta neljä banaania, Hanna syö puolikkaan banaanin ja Pekka kolme puolikasta. Kuinka monta banaania jää jäljelle?

Selvitetään kuinka paljon banaaneja jää jäljelle, kun Hanna ja Pekka ovat syöneet oman osuutensa. Vähennetään siis alkuperäisestä määrästä syötyjen banaanien määrä.

$$4 - (\frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2}) = 4 - (\frac{1}{2} + \frac{3}{2}) = 4 - \frac{4}{2} = 4 - 2 = 2.$$

Vastaus: 2kpl



Kuva 5 Ratkaisu tiekarttamallia ja CAS-laskinta käyttäen.

Käytettäessä tiekarttamallia ja CAS-laskinta symbolisen laskennan suorittaa laskin, mutta opiskelija perustelee, miten kyseiseen laskutoimitukseen on päätynyt. Perustelu on mahdollista tehdä joko ennen symbolista laskentaa tai sen jälkeen.

4.2.4 Kommentointimalli

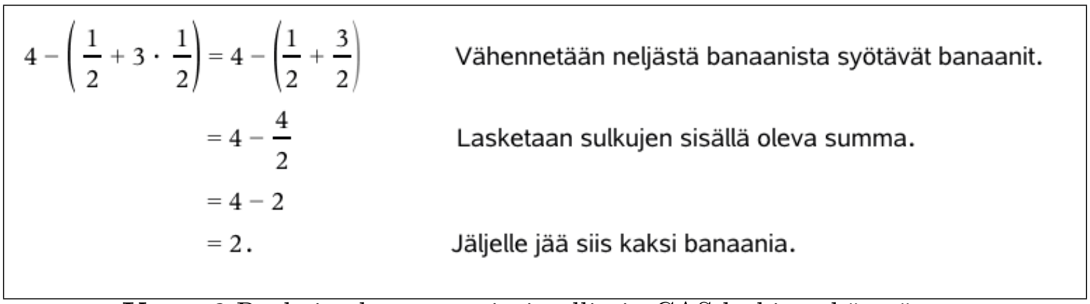
Kommentointimallissa opiskelija kirjoittaa kommentteja jokaisen laskutoimituksen sivuun (Joutsenlahti, 2010). Tämä malli voisi olla luonteva myös sähköisissä tehtävissä. Esimerkiksi TI-Nspire CAS laskimessa saa näytön jaettua erilaisiin ruutuihin, jolloin toista ruutua voidaan käyttää laskimena, johon tallennetaan ratkaisun symboliosuus ja toiseen ruutuun kirjoitetaan muistiinpano -työkalulla perusteluja tai kommentteja luonnollisella kielellä. Tässä tavassa hankaluus kuitenkin on rivien asettaminen samalle tasolle laskujen kanssa ja opiskelija joutuu tekemään enemmän työtä kuin muita malleja käyttämällä. Malli sopii kuitenkin niille opiskelijoille, jotka suosivat symbolikieltä, sillä perustelut voidaan lisätä ratkaisuun jälkikäteen selventämään laskutoimituksia.

Esimerkki 4. Ratkaisu kommentointimallia käyttäen.

Tehtävä. Äiti ostaa kaupasta neljä banaania, Hanna syö puolikkaan banaanin ja Pekka kolme puolikasta. Kuinka monta banaania jää jäljelle?

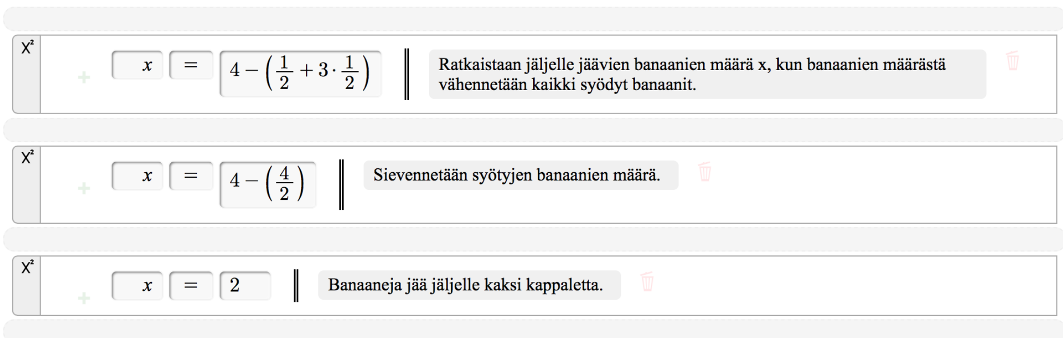
Selvitetään kuinka paljon banaaneja jää jäljelle, kun Hanna ja Pekka ovat syöneet oman osuutensa. Vähennetään siis alkuperäisestä määrästä syötyjen banaanien määrä.

$$
\begin{aligned}
4-\left(\frac{1}{2}+3\cdot\frac{1}{2}\right) &= 4-\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right) && \text{Vähennetään neljästä banaanista syötävät banaanit.}\\
&= 4-\frac{4}{2} && \text{Lasketaan sulkujen sisällä oleva summa.}\\
&= 4-2 && \text{Jäljelle jää siis kaksi banaania.}\\
&= 2.
\end{aligned}
$$



Kuva 6 Ratkaisu kommentointimallia ja CAS-laskinta käyttäen.

Halutessaan CAS-laskimen muistiinpano sovellusta voi käyttää kuten perinteistä vihko (kuva 6). Kun laskutoimitukset kirjoittaa Math-ruutuun ja ruudusta poistuu nuolinäppäimellä, laskin jättää laskutoimituksen laskematta.



Kuva 7 Ratkaisu kommentointimallia ja 4f Vihkoa käyttäen.

Kolmas ja toimiva vaihtoehto kertomusmalliin käyttöön on opetuksessa ja mahdollisesti Abitti-kokeissakin käytössä oleva 4f Vihkoa (kuva 7). 4f Vihon yhtälöympäristö soveltuu tähän ratkaisumalliin mainiosti, sillä opiskelija pystyy kirjoittamaan yksinkertaisiakin välivaiheita ja kommentteja jokaiselle riville valmiisiin laatikoihin.

4.2.5 Päiväkirjamalli

Päiväkirjamallissa ratkaisua kommentoidaan samaan tapaan kuin kertomusmallissa. (Joutsenlahti, 2010) Päiväkirjamallissa kuitenkin symbolikielen osuus on suurempi kuin kertomusmallissa. Päiväkirjamallista ratkaisua on helppo seurata ja siitä ilmenee myös opiskelijan ymmärrys asiaan. Päiväkirjamalli saattaa olla luontevin tapa kirjoittaa ratkaisuja käyttäen matematiikan eri kieliä, monesti tämän mallin käyttöön tutustutaan lukiossa (Joutsenlahti, 2010).

Esimerkki 5. Ratkaisu tiekarttamallia käyttäen.

Tehtävä. Äiti ostaa kaupasta neljä banaania, Hanna syö puolikkaan banaanin ja Pekka kolme puolikasta. Kuinka monta banaania jää jäljelle?

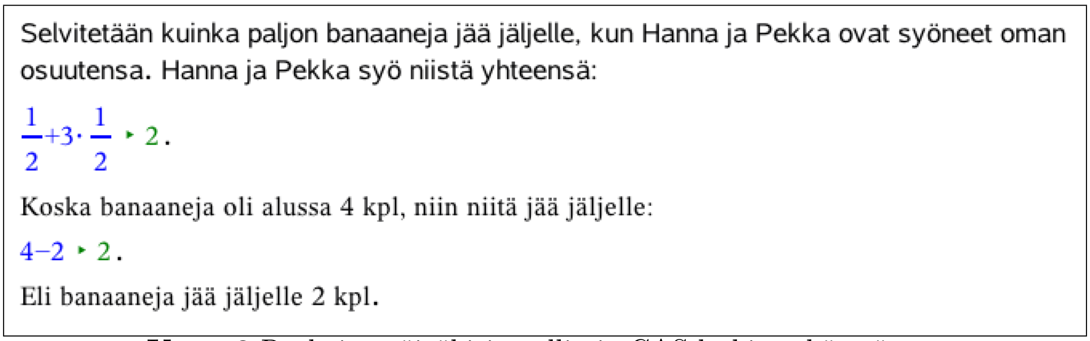
Selvitetään kuinka paljon banaaneja jää jäljelle, kun Hanna ja Pekka ovat syöneet oman osuutensa. Hanna ja Pekka syö niistä yhteensä:

$$\frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2.$$

Koska banaaneja oli alussa 4 kpl, niin niitä jää jäljelle:

$$4 - 2 = 2.$$

Eli banaaneja jää jäljelle 2 kpl.


Selvitetään kuinka paljon banaaneja jää jäljelle, kun Hanna ja Pekka ovat syöneet oman osuutensa. Hanna ja Pekka syö niistä yhteensä:

$\frac{1}{2}+3\cdot\frac{1}{2}$ ‣ 2.

Koska banaaneja oli alussa 4 kpl, niin niitä jää jäljelle:

$4-2$ ‣ 2.

Eli banaaneja jää jäljelle 2 kpl.

Kuva 8 Ratkaisu päiväkirjamallia ja CAS-laskinta käyttäen.

Tässä tehtävässä, näiden esimerkkien nojalla, vaikuttaisi että kertomus- ja päiväkirjamalli ovat toimivimmat ratkaisumallit CAS-laskimella. Koska laskin laskee välivaiheet suoraan, on tehtävät suunniteltava niin että opiskelijan osaaminen ja ymmärtäminen tulee esille muulla tavoin.

4.3 Kielentämistehtävätyypit

Tässä alaluvussa käsitellään yhdeksää erilaista kielentämistehtävätyyppiä: ratkaisusta tehtävä, virheen etsintä, omin sanoin selitys, koodaus, tiedonseulonta, täydennys ja ratkaisun argumentointi (Sarikka 2014) sekä matematiikan konkretisointi (Linnusmäki 2015) ja ratkaisun järjestäminen (Sarikka 2014; Linnusmäki 2015). Tässä tutkimuksessa Lempäälän lukion MAY1 -kurssin opiskelijat ratkaisivat viisi erilaista kielentämistehtävää sähköisesti. Laatimani tehtävät on esitelty tässä luvussa esimerkeissä 6, 8, 9, 10 ja 11.

4.3.1 Ratkaisusta tehtävä ja matematiikan konkretisointi

Ratkaisusta tehtävä -tehtävätyypissä opiskelijoille annetaan valmis ratkaisu tai ratkaisuun johtava laskutoimitus. Opiskelijan tehtävänä on keksiä ratkaisulle tehtävänanto. Tehtävän ratkaisemiseksi opiskelijan tulee olla hyvin tietoinen mitä, miten ja miksi hän laskee.

Esimerkki 6. Ratkaisusta tehtävä.

Päättele ja kirjoita tehtävänanto seuraavalle ratkaisuun johtavalle laskutoimitukselle.

$$\frac{15}{3} - \frac{1}{5}.$$

Tehtävätyyppi on läheisesti yhteydessä Linnusmäen kehittämään matematiikan konkretisointi -tehtävätyyppiin, jossa matemaattiselle sisällölle keksitään vastine tai käyttötarkoitus arkielämästä.

Esimerkki 7. Matematiikan konkretisointi.

a) Anna arkielämän esimerkki joukoista A ja B, joiden leikkaus on tyhjä.

b) Anna arkielämän esimerkki joukoista A, B ja C, joiden leikkaus on epätyhjä.

(Linnusmäki, 2015)

4.3.2 Virheen etsintä

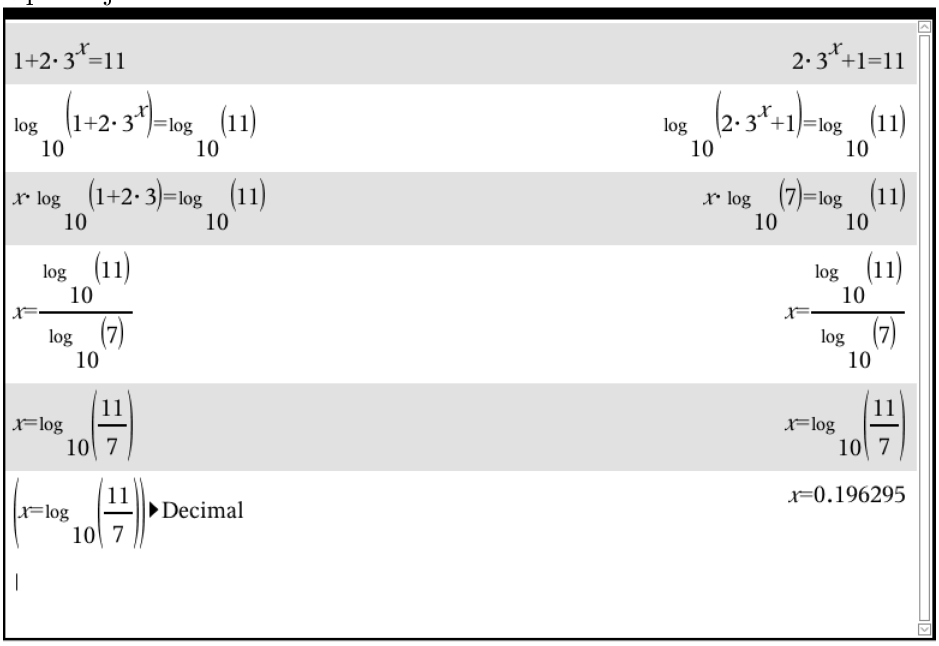
Virheen etsintä tehtävässä opiskelija saa valmiin ratkaisun tehtävään. Ratkaisussa on yksi tai useampi virhe, ja opiskelijan tulee ne löytää ja korjata perustellen. Tämä tehtävätyyppi saattaa esiintyä tulevaisuudessa sähköisissä ylioppilaskokeissa, sillä jo kevään 2017 ylioppilaskokeessa oli vastaava tehtävä ja tehtävätyyppi soveltuu hyvin sähköiseksi tehtäväksi.

Esimerkki 8. Virheen etsintä.

Etsi ja korjaa opiskelijan virheet vastauksesta perustellen. Pidä huoli, että opiskelija osaa palautteesi jälkeen ratkaista vastaavanlaisen tehtävän. Antamasi tehtävä on ratkaista muuttuja x seuraavasta yhtälöstä:

$$1 + 2 \cdot 3^x = 11.$$

Opiskelijan vastaus:



4.3.3 Omin sanoin selitys

Tässä tehtävätyypissä opiskelija selittää ratkaisua omin sanoin ilman matematiikan symboleja, selitys voisi tapahtua myös suullisesti. Tehtävätyypille ominaisia ovat esimerkiksi käsitteiden selittämiset, kuten mikä on derivaatta tai mitä tarkoitetaan luonnollisilla luvuilla. Monesti kuitenkin laskutehtävä vaatii omin sanoin selittämisen lisäksi jonkin verran symbolikieltä ja tästä syystä laatimassani tehtävässä Lempäälän lukioon sai matematiikan symboleja käyttää omin sanoin selityksen lisänä. Tällöin tehtävä voi olla hyvin perinteinen, mutta opiskelijan tulee käyttää ratkaisussa luonnollista kieltä mahdollisimman paljon, ja ilmaista näin pääpainoisesti omaa matemaattista ajatteluaan.

Esimerkki 9. Omin sanoin selitys.

Olet päättänyt tienata 100€ tekemättä mitään. Sinulle on kertynyt säästöjä 500€ ja sen lisäksi otat vielä opintolainaa 1000€. Perustat osakesalkun ja laitat sinne kaikki rahat. Opintolainan nostaminen maksaa 16€ ja todellinen vuosikorko on 0,8%. Saat osakesalkun kasaan tutun pörssihain avulla ja perustamiskustannuksiksi tulee 10€. Osakkeistasi saat vuoden aikana osinkoa 8€. Kuinka monta prosenttia osakesalkkusi arvon pitäisi nousta, jotta tienaat vuodessa 100€?

4.3.4 Koodaus

Koodaus kielentämistehtävätyyppinä tarkoittaa tehtävän kääntämistä luonnolliselta kieleltä symboli- tai kuviokielelle tai päinvastoin. Koodaus on siis matematiikan eri kielten välillä tapahtuvaa kääntämistä. Tehtävänä voi olla esimerkiksi kommentoida jo valmista ratkaisua tai piirtää luonnollisella kielellä kuvailtu käyrä, kuten esimerkissä.

Esimerkki 10. Koodaus.

Selvitä seuraavien vihjeiden avulla funktion yhtälö ja piirrä funktio laskimella. Funktion arvojoukko on negatiivisten lukujen joukko ja positiivisista luvuista funktio saa arvoja aina neloseen asti. Funktio on määritelty kaikilla reaaliluvuilla. Funktiolla on kaksi nollakohtaa, joista toinen on kohdassa 2. Funktion kuvaaja leikkaa x-akselin kohdassa -2. Funktion arvo kohdassa 0 on 4. Mikä on funktion arvo kohdassa 1?

4.3.5 Tiedonseulonta

Tiedonseulonta -tehtävätyypissä opiskelijan tulee löytää tehtävänannosta ratkaisun kannalta oleelliset tiedot. Tässä opiskelijan tulee nähdä kokonaiskuva ja ymmärtää ratkaisun kannalta oleelliset asiat.

Esimerkki 11. Tiedonseulonta

Jaro Heikki Tiihottaja tarjoaa sinulle viikonlopputöitä vuodeksi (vuodessa 365 päivää). Joulu ja juhannus pois laskien töitä tehdään 50 viikonloppuna (lauantaisin ja sunnuntaisin). Ensimmäisenä päivänä palkkasi on puoli senttiä ja seuraavasta työpäivästä Tiihottaja maksaa aina kaksinkertaisen palkan edelliseen päivään verrattuna. Eli päivän palkat kasvavat seuraavasti: 0,005€, 0,01€, 0,02€, 0,04€ jne. Palkka maksetaan joka kuukauden 3. päivä. Ja työt aloitetaan 7.10.2017. Ottaisitko työn vastaan? Ja mikä olisi koko vuoden palkkasi?

4.3.6 Täydennys

Täydennys -tehtävätyypissä opiskelija saa valmiin ratkaisun, josta puuttuu välivaiheita. Opiskelijan tulee täydentää puuttuvat välivaiheet. Tämä tehtävätyyppi voi olla hankala osalle opiskelijoista, sillä kaikki eivät aina ratkaise tehtäviä yhdellä tietyllä ja samalla tavalla. Tällöin opiskelijan tulee ensin selvittää, miten tehtävää on lähdetty ratkaisemaan, ja tapa voi olla uusi myös opiskelijalle. Tehtävän laatijan on hyvä arvioida tarkkaan, millaisia ratkaisuja ottaa tähän tehtävätyyppiin, jotta niistä hyötyisivät mahdollisimman monet opiskelijat.

4. Ohessa on laskuharjoitustehtävän ratkaisu. Täydennä ratkaisun puuttuvat kohdat sekä keksi harjoitukselle sopiva tehtävänanto.

Tehtävänanto:____

____

Ratkaisu

$$
\begin{aligned}
& \ldots\ldots\ldots = y \\
\Leftrightarrow\ & \frac{e^x - e^{-x}}{2} = y \\
\Leftrightarrow\ & \ldots\ldots\ldots\ldots = 2ye^x \\
\Leftrightarrow\ & (e^x)^2 - 2ye^x - 1 = 0 \qquad || + \ldots\ldots\ldots\ldots \\
\Leftrightarrow\ & \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots \\
\Leftrightarrow\ & (e^x - y)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots \\
\overset{\text{neg. neliöjuuri ei käy}}{\Leftrightarrow}\ & e^x = y + \sqrt{y^2+1} \\
\Leftrightarrow\ & x = \ln(y + \sqrt{y^2+1})
\end{aligned}
$$

Kuva 9 Esimerkki täydennystehtävästä (Linnusmäki, 2015).

4.3.7 Ratkaisun argumentointi

Tässä tehtävätyypissä opiskelijan tulee perustella valmista tai itsetehtyä ratkaisua eri matematiikan kielien avulla. Tehtävätyyppi haastaa opiskelijan etsimään enemmän tietoa opeteltavasta asiasta ja syventämään omia tietojaan aiheesta.

Esimerkki 12. Ratkaisun argumentointi.

Kerro omin sanoin, miten

a) funktion derivaatta kuvaa funktion kulkua ja miksi derivaatan nollakohdat ovat ns. kriittisiä pisteitä

b) ja miten funktion toinen derivaatta liittyy näihin kriittisiin pisteisiin.

Ratkaisen lisäksi funktion $f(x) = x^3 - 12x + 1$ kriittiset pisteet ja tutki niiden laatu sekä kulkukaavion että toisen derivaatan avulla perustellen kaikki välivaiheet omin sanoin. (Sarikka, 2014)

4.3.8 Ratkaisun järjestäminen

Ratkaisun järjestäminen - tehtävätyypissä ratkaisun vaiheet on annettu opiskelijalle valmiiksi, mutta ne eivät ole loogisessa ja oikeassa järjestyksessä. Opiskelijan tulee siis järjestää nämä ratkaisuvaiheet oikeaan järjestykseen. Koen että myös tämä tehtävätyyppi, täydennys -tehtävätyypin tavoin voi olla hankala monille opiskelijoille. Harvoin on yhtä ainoaa tapaa ratkaista tehtävä ja jos ratkaisu on tehty toisella tavalla kuin opiskelija itse tehtävän ratkaisisi, voi tehtävä olla haastava. Toisaalta varmasti on hyödyllistä oivaltaa eri tapoja ratkaista tehtäviä. Näkisin että tämä tehtävätyyppi soveltuu hyvin todistustehtäviin ja niiden rakenteiden opettelemiseen.

(b) Ohessa on tehtävänannon ratkaisu viidessä eri osassa. Osat ovat väärässä järjestyksessä. Järjestä osat loogisesti järkevään järjestykseen ja selvitä harjoituksen tehtävänanto. Täydennä myös ratkaisun puuttuvat osat.

1. $x = \ldots$ ei kuulu tarkasteltavalle välille, joten tutkitaan vain piste $x = \ldots$ ja välin päätepisteet $x = -2$ ja $x = 2$.

2. $g(x)$ on polynomi, joten sillä ei ole singulariteettipisteitä. Kriittiset pisteet saadaan derivaatan nollakohdista

3. $g(-2) = 0, \qquad g(-1) = \ldots, \qquad g(2) = \ldots.$

4. Siis maksimiarvo välillä $[-2, 2]$ on 7 ja minimiarvo on -20.

5. $g'(x) = 3(x+1)(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = \ldots \quad \text{tai} \quad x = \ldots.$

Kuva 9 Esimerkki ratkaisun järjestämistehtävästä (Linnusmäki, 2015).

Riippuu matematiikan osa-alueesta ja käsiteltävästä asiasta, millainen tehtävätyyppi tehtävään sopii. Tehtävien laatiminen haastaa myös opettajan syventymään opetettaviin sisältöihin uudella tavalla. Myös kielentämistehtävässä on erittäin tärkeää, että tehtävänanto on selkeitä ja yksikäsitteisesti ymmärrettävissä.

5 Tutkimuksen tarkoitus ja metodologia

Tässä luvussa esitetään tutkimuksen tarkoitus ja tutkimustehtävä tutkimuskysymyksien avulla. Sen jälkeen käydään läpi tutkimuksen lähestymistapa sekä tutkijan esiymmärrys ja sulkeistaminen. Lopuksi perehdytään tutkimusaineistoon ja sen keräämiseen.

5.1 Tarkoitus ja tutkimustehtävä

Tässä tutkimuksessa tutkitaan lukion ensimmäisen vuosikurssin opiskelijoiden tunteita ja asennetta sähköisiä matematiikan tehtäviä kohtaan ja miten he muutoksen kokevat. Tutkimuksessa kartoitetaan myös kokevatko he sähköisten kokeiden vaikuttavan heidän menestymiseen opiskelussa.

Matematiikkakuvan muuttumisen kannalta mielenkiintoista on myös tutkia, millainen matematiikkakuva keskimäärin opiskelijoilla on ja kuinka se korreloi arvosanojen kanssa tutkimukseen osallistuvilla opiskelijoilla. Miten opiskelijan ajatus siitä, että hän voi oppia mitä vain, korreloi suhtautumiseen sähköisistä tehtävistä ja kokeista.

Kokeiden sähköistyminen ja CAS-laskinten käyttö voi kuitenkin rajoittaa tehtävätyyppejä ja vastauksen muotoilua. Kuten alaluvussa 4.2 huomattiin, tehtävät typistyvät hyvin yksinkertaisiksi, kun käytössä on CAS-laskin. Tämän vuoksi kielentämistehtävät ja ratkaisumallit tukevat oppimisen ja ymmärtämisen lisäksi myös opiskelijan ymmärtämisen ja oppimisen arviointia. Kielentäminen on tuotu esille lukion opetussuunnitelmassa (LOPS, 2015). Opetushallitus (2013) kuvailee kuitenkin jo perusopetuksen yhtenä kehittämiskohteena seuraavaa: ”Yksittäisistä luokan aktiviteeteista tehokas tapa oppia näyttääkin olevan se, että oppilaat neuvovat toisiaan, ja se, kun he selittävät omia ratkaisujaan toisille oppilaille”. Perusopetuksen opetussuunnitelmassa (2014, s.178) tämä on asetettu tavoitteeksi T4 seuraavasti: ”Kannustaa oppilasta harjaantumaan täsmälliseen matemaattiseen ilmaisuun suullisesti ja kirjallisesti”. Lisäksi oppimisen arviointi osassa on määritelty seuraavasti: ”Lisäksi arvioinnissa kiinnitetään huomiota tekniseen tapaan ja taitoon perustella ratkaisuja sekä ratkaisujen rakenteeseen ja oikeellisuuteen.” Tässä tutkimuksessa pyritään selvittämään myös, kuinka opettajat ovat näitä kohtia mahdollisesti tulkinneet ja sitä kautta toteuttaneet opetuksessa. Lukion ensimmäisen vuosikurssin opiskelijoille laaditussa kyselyssä opiskelijat vastasivat, ovatko he käyttäneet ratkaisumalleja aikaisemmin yläkoulussa. Kysely suoritettiin kurssin lopussa, kun opiskelijat olivat tehneet tutkimuksen kielentämistehtävät ja tutustuneet kielentämiseen.

Aiemmissa tutkimuksissa merkittäviä eroja sukupuoltenvälisissä matematiikkakuvissa ei ole tullut esiin (Joutsenlahti, 2005; Saarivirta, 2008). Asenteissa ja uskomuksissa sen sijaan eroja sukupuolten välillä on havaittu (Hannula, 2001 & 2004; Haapajoki, 2009). Tästä syystä tutkimuksessa tutkitaan näiden matematiikkakuvan osatekijöiden eroja sukupuolten välillä ja onko matematiikkakuviin vaikuttavissa osatekijöissä eroa. Aikaisemmissa tutkimuksissa (Sarikka, 2014; Linnusmäki, 2015) opiskelijat kertoivat kielentämistehtävien vievän enemmän aikaa kuin perinteisten tehtävien. Tässä tutkimuksessa tehtäviin kulutetun ajan avulla pyritään arvioimaan, kuinka kauan erityyppisten tehtävien tekemiseen menee ja kuinka paljon aikaa opiskelijat antavat yrittämiselle, mikäli ratkaisua ei löydy. Samalla saadaan osviittaa kielentämistehtävien soveltuvuudesta koekysymyksiksi ja kuinka tehtävään annettu aika ylioppilaskokeissa tulisi huomioida, kun siirrytään paperikokeista sähköisiin kokeisiin.

Matematiikkakuvaa koskevat tutkimuskysymykset:

1. Millaisia matematiikkakuvaan vaikuttavia uskomuksia opiskelijoilla on kohdelukiossa, ja onko niissä sukupuolten välisiä eroja?
2. Miten opiskelijat suhtautuvat sähköisiin matematiikan tehtäviin MAY1 kurssin alussa ja sen lopussa?
3. Vaihtuuko pitkän tai lyhyen matematiikan valinta MAY1 kurssin aikana ja kuinka suuri osuus opiskelijoista tekee päätöksen kurssin aikana?

Kielentämistehtäviin liittyvät tutkimuskysymykset:

1. Onko kielentäminen tuttua yläkoulusta?
2. Mikä on opiskelijoiden näkemys kielentämistehtävien hyödystä ja toimivuudesta?
3. Miten hyvin kielentämistehtävät soveltuvat sähköisiksi tehtäviksi?
4. Kuinka sujuvasti opiskelijat käyttävät kielentämisen ratkaisumalleja?

5.2 Metodologiset lähtökohdat

5.2.1 Tutkimuksen lähestymistapa

Tutkimuksessa käytetään monimenetelmällistä tapaa, eli sekä määrällisen että laadullisen tutkimuksen tutkimusmenetelmiä. Valitsin tämän tutkimustavan, sillä tutkimus tehdään useassa vaiheessa ja halusin saada yleiskuvaa antavaa tietoa, mutta toisaalta syvällisempää ja kehittämistyöhön soveltuvaa tietoa. Vaikka monimenetelmällinen tutkimus saattaa olla työläämpi, niin sen avulla voidaan saada laajempia tuloksia kuin pelkällä kvalitatiivisen tai kvantitatiivisen tutkimuksella, sillä niiden puutteet kompensoituvat käytettäessä monimenetelmällistä tutkimusta. (Creswell Plano Clark 2011, 12–13.) Pääasiallinen tutkimusmenetelmä tässä tutkimuksessa on laadullinen tutkimus.

Matematiikkakuvaa ja asenteita sähköisiä tehtäviä kohtaan koskeva aineisto kerättiin internetissä tehtävällä kyselyllä, jossa oli suljettuja kysymyksiä. Koska matematiikkakuvaa tutkitaan kohderyhmässä yleisellä tasolla, sekä eri sukupuolten välillä on tuloksia mielekäs tutkia numeerisen tiedon pohjalta. Toisaalta koska otosjoukko on suhteellisen pieni, pyritään ilmiön syy-seuraus suhteita tulkitsemaan aineiston pohjalta. Opiskelijoiden tekemiä kielentämistehtäviä arvioidaan pääasiassa kvalitatiivisin tutkimusmenetelmin, jolloin keskeiseksi nousee opiskelijoiden kokemus, ajattelu ja ymmärtäminen sekä tehtävien kehittäminen. Kurssin lopussa opiskelijat tekivät internetissä toisen kyselyn, joka sisälsi sekä suljettuja että avoimia kysymyksiä kielentämiseen liittyen. Toisen kyselyn tuloksia analysoidaan sekä määrällisesti että laadullisesti.

5.2.2 Tutkijan esiymmärrys ja sulkeistaminen

Otosjoukon koko on pieni, joten tulokset eivät päde suoraan yleisellä tasolla. Tuloksia luettaessa on huomioitava, että ne koskevat vain kohderyhmän opiskelijoita ja heidän keskimääräisiä näkemyksiään. Kielentämistehtäviä tulkittaessa laadullisesti, voidaan sen sijaan käsitellä yksilön yksittäistä kokemusta ja yleisesti opiskelijoiden tapoja käsitellä samaa tehtävää. Työhypoteesina koskien opiskelijoiden pitkän ja lyhyen matematiikan valintaa ja sähköisiä tehtäviä on, että suurin osa opiskelijoista tietää jo ennen kurssia kumman linjan valitsevat, ja pidättäytyvät siinä MAY1 kurssin jälkeenkin. Tutkija uskoo, että tehtävien ja kokeiden sähköistyminen otetaan keskimäärin vastaan avoimin mielin. Ja että opiskelijoiden pelot sähköisiä työtapoja kohtaan laantuvat kurssin aikana.

Tutkimusta tehdessä tutkijan tulee olla myös kriittinen omaa tutkimustaan kohtaan. Vaikka laadullisessa tutkimuksessa tutkijalla ei ole hypoteeseja, niin tutkijalla on kuitenkin omat uskomukset ja käsitykset, joiden pohjalta hän tietoa tulkitsee. Tämä tutkimus tehdään fenomenologisesti, eli tällöin tutkija ja lukija ovat tietoisia tutkijan omista uskomuksista ja käsityksistä. Kun tutkija pystyy sulkemaan ennakkokäsityksensä pois, ymmärtää ja tulkitsee hän tutkittavien yksilöiden kokemusta ilman omia uskomuksiaan. Matematiikkakuvaan liittyen tutkijalla on käsitys, että opiskelijat jotka näkevät matematiikan hyödyllisenä myös uskovat matematiikan mahdollisuuksiin ja kehitykseen. Opiskelijat jotka luottavat omiin kykyihinsä oppijana, myös menestyvät paremmin matematiikassa. Tutkija ei usko, että sukupuolten välillä on eroavaisuuksia. Kielentämistehtävien suhteen tutkija uskoo, että opiskelijat kokevat hyötyvänsä niistä, että kielentämistehtävät vievät perinteisiä tehtäviä enemmän aikaa ja että osa kokee ne mieluisiksi ja osa ei. Tutkija on tietoinen siitä, että nämä eivät ole tietoa tai totuuksia, vaan omia uskomuksia. Tutkija on uskomuksistaan tietoinen läpi tutkimuksen ja tarkastelee tuloksia ja antaa niille merkityksiä sulkemalla ennakkokäsityksensä.

5.3 Tutkimusaineisto ja sen kerääminen

Tutkimus toteutettiin Lempäälän lukiossa kahdella Mika Setälän opettamista MAY1 kursseista. Tutkimukseen osallistui yhteensä 48 opiskelijaa. Sovimme Setälän kanssa, että tehtävät ja kyselyt ovat osa kurssin suoritusta ja että kustakin kielentämistehtävästä saa yhden pisteen yrityksestä ja kaksi pistettä, mikäli tehtävä on ratkaistu oikein. Kielentämistehtävät olivat pakollisia ja kyselyihin vastaaminen annettiin opiskelijoille kotitehtäväksi. Kurssin alussa kävin myös kertomassa opiskelijoille tutkimuksesta ja kielentämisestä, jotta heillä olisi selkeämpi käsitys, miten tehtäviin vastataan ja toisaalta myös motivaatiota osallistua tutkimukseen.

Ensimmäinen kysely (liite A) teetettiin elokuussa 2017 (N=48). Kyselyssä kysyttiin opiskelijoiden taustatietoja ja tiedostettuja käsityksiä asenteista sähköisiä tehtäviä ja työtapoja kohtaan. Lisäksi kyselyssä kysyttiin pitkän ja lyhyen matematiikan valintaa ennen kurssia. Kyselyn toisella sivulla oli 47 väittämää (Joutsenlahti, 2005), joiden avulla opiskelijoiden matematiikkakuvaa voidaan arvioida.

Kielentämistehtäviä (liite C) opiskelijat tekivät kurssin edetessä elo-lokakuussa 2017 (N=48). Laadin kielentämistehtävät opiskelijoiden kirjan mukaan niin, että jokaisesta kirjan luvusta tuli yksi tehtävä, yhteensä viisi tehtävää. Tehtävät laadittiin niin, että opiskelija pystyy tarvittaessa ratkaisemaan tehtävät pelkän kirjan avulla. Tehtävänannossa käytettiin samoja termejä kuin kirjassa. Opiskelijoiden tuli palauttaa tehtävä Moodleen aina ennen seuraavaan lukuun siirtymistä. Kielentämistehtävät jaettiin opiskelijoille Moodlen kautta yhtenä pdf-tiedostona ja halutessaan tehtävät sai tehdä nopeammin kuin mitä kurssi eteni. Kielentämistehtävät tulivat pakolliseksi osaksi kurssin suorittamista niin, että jokaisen tuli niitä ainakin yrittää. Palautuksia tuli kuitenkin vain 25-32 tehtävästä riippuen. Otosjoukko jäi näin ollen pienemmäksi kuin oli suunniteltu. Tutkimustuloksia tulee tarkastella tapaustutkimuksena.

Toinen kysely (liite E) teetettiin elokuussa 2017 kurssin lopussa (N=29), kun kielentämistehtävät oli tehty. Kysely koostui osaksi samoista kysymyksistä kuin ensimmäinen kysely, jotta voitiin vertailla MAY1 kurssin vaikutusta asenteisiin koskien sähköisiä tehtäviä ja työskentelytapoja. Pitkän ja lyhyen matematiikan valinta MAY1 kurssin aikana tutkittiin kysymällä valintaa ensimmäisessä kyselyssä ja vertaamalla valintoja todellisiin valintoihin kurssin jälkeen. Kyselyssä oli suljettuja ja avoimia kysymyksiä kielentämistehtäviin liittyen. Kyselyssä käytettiin samaa 16 kysymyksen kyselyä koskien kielentämistehtäviä, jota myös Linnusmäki (2015) käytti tutkiessaan opiskelijoiden näkemyksiä kielentämisestä yliopistossa. Näin tuloksia voidaan verrata myös aikaisempiin tutkimustuloksiin.

6 Tutkimuksen analyysi ja tulokset

Tässä kappaleessa käsitellään tutkimusaineiston analyysimenetelmiä ja tutkimustuloksia koskien opiskelijoiden matematiikkakuvaa ja kielentämistehtäviä. Yhteenvedot tuloksista on esitetty kummankin alaluvun lopussa.

6.1 Opiskelijoiden matematiikkakuva

6.1.1 Aineiston analysointi

Kyselytutkimus on luonteeltaan kvalitatiivinen, sillä pyritään selvittämään mitkä tekijät vaikuttavat otosjoukon opiskelijoiden matematiikkakuvaan ja miten mihin seikkoihin opettajan kannattaa tutkimuksen pohjalta kiinnittää huomiota tukiessaan opiskelijoiden uskomuksien muodostumista. Aineistoa on sen luonteen mukaisesti käsitelty kuitenkin kvantitatiivisella tutkimusmenetelmällä. Tutkimuksessa pyritään selvittämään, miten kohderyhmän tyttöjen ja poikien uskomukset matematiikasta muodostuvat ja onko niissä merkittäviä eroja. Asenteita ja tunteita sähköisiä tehtäviä kohtaan tutkitaan samalla menetelmällä. Kyselyn sisältämien väitteiden kautta saadun aineiston avulla selvitetään kuinka samaa mieltä opiskelijat ovat väitteistä, jotka vaikuttavat matematiikkakuvan muodostumiseen. Kyselyssä on käytetty Likert-asteikkoa 1-5, jossa 1 (täysin eri mieltä), 2 (jokseenkin eri mieltä), 3 (en osaa sanoa), 4 (jokseenkin samaa mieltä) ja 5 (täysin samaa mieltä). Tutkimuksessa käytetty kyselyohjelma antoi vastausten keskiarvot ja keskihajonnat suoraan. Tuloksia pystyi tarkastelemaan ohjelman avulla myös eri kategorioissa, erottelemalla esimerkiksi tyttöjen vastaukset ja poikien vastaukset. Lisäksi tutkimuksessa otetaan kantaa, mikäli otosjoukossa ilmenee merkittäviä eroja näkemyksissä pitkän ja lyhyen matematiikan valinneiden kesken.

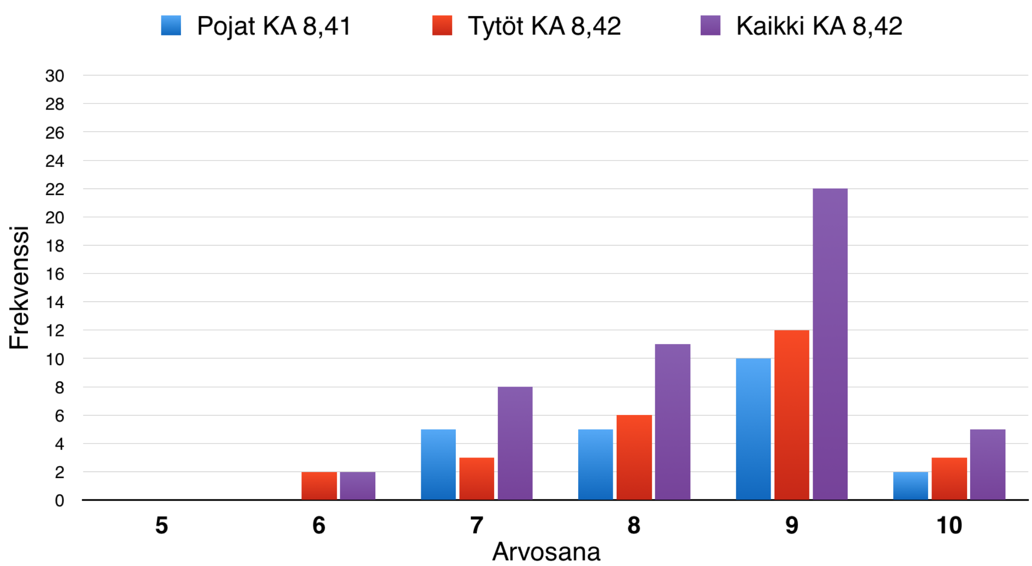
Kvantitatiivisesti on myös tutkittu opiskelijoiden arvosanajakaumaa ja opiskelijoiden omaa näkemystä siitä, onko heidän päättötodistuksensa arvosana heidän mielestään oikea. Opiskelijoiden arvosanajakauma esitetään pylväsdiagrammina ja opiskelijoiden näkemys arvosanansa pätevyydestä esitetään ympyrädiagrammilla. Opiskelijoiden pitkän ja lyhyen matematiikan valinta kurssin alussa ja lopussa käsitellään prosentuaalisesti, sillä lopullisesta valinnasta saatu tieto koski koko ikäluokan pitkän matematiikan valinnan osuutta. Havainnollisuuden vuoksi, matematiikkakuvaan liittyvät väitteet esitetään pylväsdiagrammeilla. Havainnollistaminen on tehty käyttämällä yksiulotteisia jakauman tunnuslukuja kuten frekvenssiä, keskiarvoa, moodia, keskihajontaa ja prosentteja.

Tutkija on tehnyt joistakin uskomuskyselyn väitteistä kokoavia väitteitä, jolloin tulokset vastaavat tutkimuskysymyksiin tehokkaammin. Kokoavista väitteistä on tehty pylväsdiagrammit ja keskihajonta, joka kertoo alkuperäisten väitteiden keskimääräisen poikkeaman keskiarvosta. Rakenteet on koottu niin, että jokainen kokoava väite koostuu useammasta väitteestä, jotka vastaavat kokoavaa väitettä. Rakenteet esitetään tutkimuksen tulosten yhteydessä taulukoissa 1, 2, 3 ja 4. Koska yhdestä väittämästä koostuvat pylväsdiagrammit koostuvat vain 48 arvosta, niiden yhteydessä on keskihajonnan sijaan esitetty moodi, joka tyyppiarvona kertoo mielipiteiden jakautumisesta tällaisessa tilanteessa enemmän kuin keskihajonta.

6.1.2 Tutkimuksen tulokset

Tutkimuksessa teetetyn ensimmäisen kyselyn (Kysely 1) tulokset ovat kokonaisuudessaan liitteessä B. Tässä luvussa tuloksia käsitellään pääosin ensimmäisen kyselyn pohjalta. Kurssin lopussa suoritetun toisen kyselyn (Kysely 2) tulokset ovat liitteessä E ja niihin viitataan tarvittaessa.

Lempäälän lukion ensimmäisen vuosikurssin opiskelijoista 48 opiskelijoista vastasi tutkimuksen ensimmäiseen kyselyyn. Näistä 22 (45,8%) on poikia ja 26 (54,2%) tyttöjä. Tutkimusjoukon peruskoulun päättötodistuksen arvosanojen keskiarvo oli 8,4 ja arvosanajakauma on esitetty kuviossa 1.



Kuva 10 Yhdeksäsluokkalaisten päättötodistuksen matematiikan avosanajakauma, missä frekvenssi kuvaa arvosanojen lukumäärää (N=48).

Jakaumasta on havaittavissa, että moodi on joka otosjoukossa 9, eivätkä jakaumat noudata Gaussin käyrää. Kyselyssä opiskelijoilta myös kysyttiin, olivatko he tyytyväisiä saamaansa arvosanaan, vai olisiko arvosanan heidän mielestään kuulunut olla jokin muu.

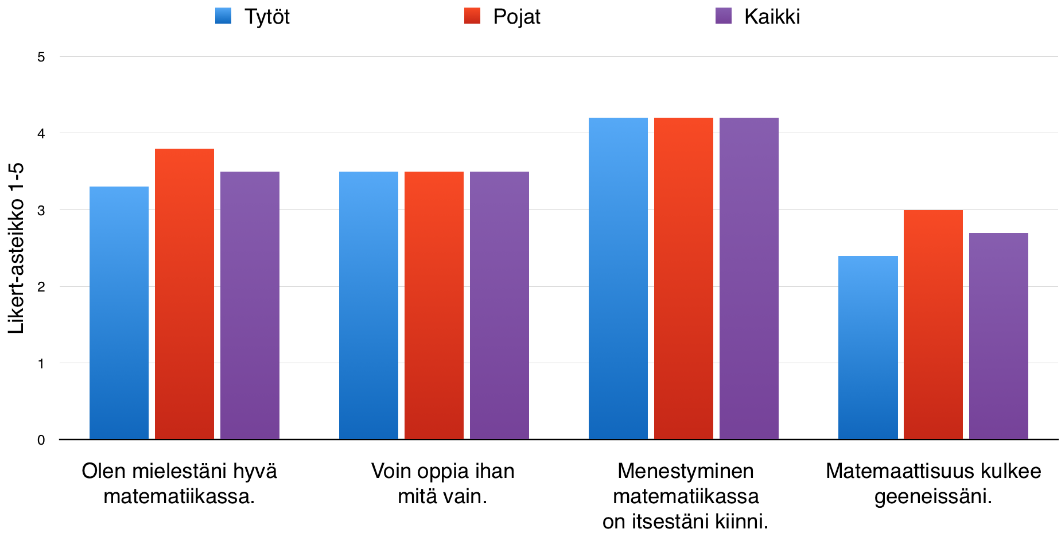
Kuva 11 Opiskelijoiden näkemys arvosanastaan verrattuna opettajan antamaan arvosanaan (N = 48).

Suurin osa opiskelijoista (73%) oli samaa mieltä arvosanastansa opettajan kanssa. Ne opiskelijat jotka olivat eri mieltä opettajan kanssa, kokivat keskimäärin arvosanansa olevan yhtä numeroa pienempi tai suurempi kuin olisi pitänyt olla. Opettajan kanssa arvosanasta erimieltä olevat opiskelijat saivat arvosanoja 6-10. Jos opiskelijat olisivat itse saaneet päättää päättötodistuksen matematiikan arvosanansa, olisi arvosanojen keskiarvo ollut 8,6.

Kurssin alussa pitkän matematiikan aikoi valita 62,5% opiskelijaa, lyhyen matematiikan 22,9% opiskelijaa ja 14,5% ei osannut vielä sanoa. Lempäälän lukion opiskelijoista 70% valitsi MAY1 kurssin jälkeen pitkän matematiikan. Koska tutkimusryhmät olivat satunnaiset, on oletettavaa, että ensimmäiseen kyselyyn vastanneista opiskelijoista (N=48) myös 70% valitsi pitkän matematiikan kurssin jälkeen.

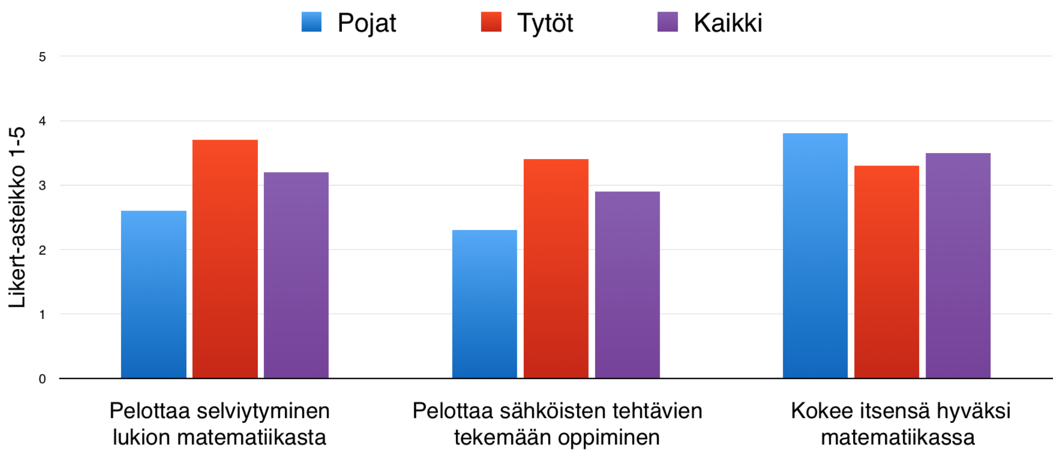
Opiskelijoiden käsitykset ja asenteet

Kyselyn ensimmäisessä osassa selvitettiin opiskelijoiden käsityksiä itsestään matematiikan osaajana sekä heidän tiedostamattomia uskomuksiaan. Käsitteitä selvitettiin suorilla kysymyksillä ja samat kysymykset kysyttiin uudelleen kurssin lopussa toisessa kyselyssä. Toiseen kyselyyn vastasi 29 opiskelijaa, joten koska osallistujamäärät ovat erisuuret, ei muutosta käsitteissä voida tulkita suoraan tuloksista. Käytetty Likert asteikko 1-5 kuvastaa, kuinka vahvasti opiskelijat ovat samaa mieltä väitteiden kanssa (1 = täysin erimieltä ... 5 = täysin samaa mieltä).



Kuva 12 Keskiarvo opiskelijoiden käsityksistä koskien itseään matematiikan oppijana kurssin alussa, N = 48, (1 = täysin erimieltä ... 5 = täysin samaa mieltä).

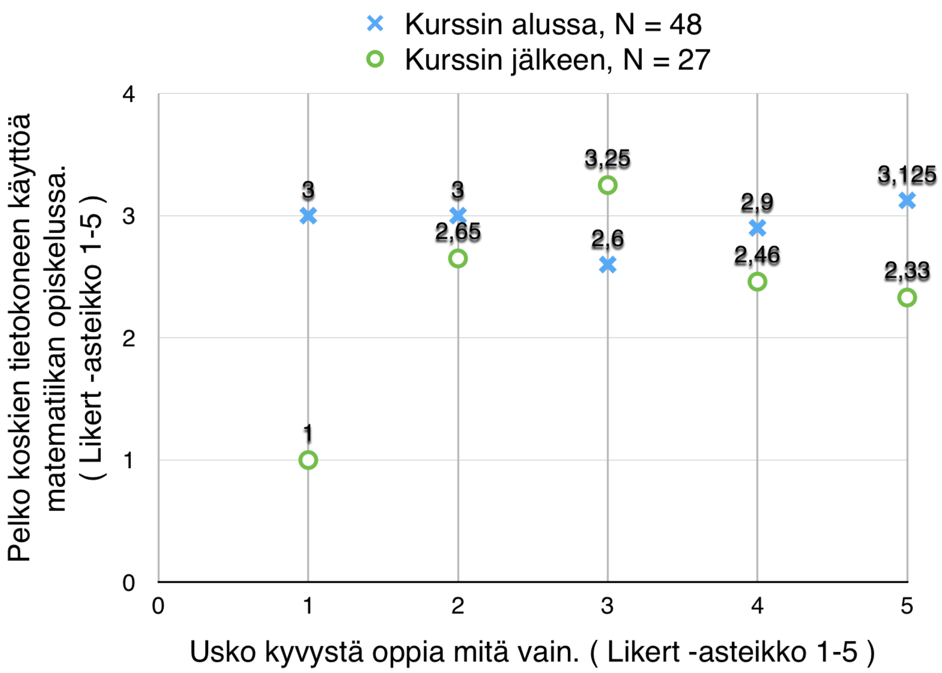
Kuviosta näkyy selkeästi, että kohderyhmän opiskelijat uskovat matematiikassa menestymisen olevan itsestä kiinni (moodi 4), eikä eroa ole sukupuolten välillä. Opiskelijat käsittävät, että he voivat oppia mitä vain (moodi 4), eikä eroa sukupuolten välillä tällä kohderyhmällä ole. Sen sijaan käsitys omista kyvyistä matematiikassa on tytöillä hieman parempi kuin pojilla, moodin kuitenkin ollessa 4 molemmilla. Opiskelijat eivät keskimäärin näe matemaattisuuden kulkevan geeneissään (moodi 2), mutta tytöt kokivat omaavansa matematiikkageenejä enemmän.



Kuva 13 Keskiarvo opiskelijoiden tunteista matematiikkaa ja sähköisiä tehtäviä kohtaan kurssin alussa, N = 48, (1 = täysin erimieltä ... 5 = täysin samaa mieltä).

Lukion matematiikasta selviytyminen pelotti keskimäärin enemmän tyttöjä kuin poikia kurssin alussa, moodi tytöillä ja pojilla oli kuitenkin molemmilla 4. Kurssin alussa tyttöjä pelotti keskimäärin enemmän, miten he tulevat selviämään matematiikan sähköisistä tehtävistä (moodi tytöt 4 ja pojat 1). Opiskelijat kokevat keskimääräisesti itsensä hyväksi matematiikassa, eikä merkittävää ero tyttöjen ja poikien välillä ole, moodin ollessa molemmilla 4.

Ensimmäiseen kyselyyn vastanneista opiskelijoista 34% oli sitä mieltä, että sähköiset tehtävät ja kokeet ovat hyvä juttu, kun toiseen kyselyyn vastanneista opiskelijoista peräti 51,8% oli sitä mieltä. Lisäksi toiseen kyselyyn vastanneista opiskelijoista (N=29) kukaan ei ollut täysin eri mieltä siitä, etteivätkö sähköiset kokeet ja tehtävät olisi hyvä juttu. Ensimmäiseen kyselyyn vastanneista opiskelijoista (N=48) 69,4% pitää itseään hyvänä matematiikassa, kun taas kurssin jälkeen tehdyssä kyselyssä 59,2% vastanneista oli tätä mieltä. Ensimmäiseen kyselyyn vastanneista opiskelijoista 83,6% kokee, että menestyminen matematiikassa on heistä itsestään kiinni, vastaava prosentti toisessa kyselyssä (N = 29) oli 85,2%. Kurssin alussa 42,9% opiskelijoista pelkäsi, oppivatko he käyttämään tietokoneita matematiikan opiskelussa, mutta ensimmäisen matematiikan kurssin jälkeen enää 25,9% opiskelijoista koki pelkäävänsä tätä. Lisäksi toiseen kyselyyn vastanneista opiskelijoista kukaan ei ollut täysin samaa mieltä väitteen kanssa siitä, että sähköiset tehtävät ja kokeet pelottavat. Kuvaajassa 1 on vielä eritelty opiskelijoiden vastaukset sen mukaan, miten he uskovat itseensä, että voivat oppia mitä vain (Likert asteikolla 1-5) suhteessa siihen kuinka paljon he (Likert asteikolla 1-5) pelkäävät sitä, miten oppivat käyttämään tietokoneita matematiikan opiskelussa.



Kuva 14 Keskiarvot opiskelijoiden peloista, eroteltuna omiin kykyihin uskomisen voimakkuuden mukaan (1 = täysin erimieltä ... 5 = täysin samaa mieltä).

Opiskelijat jotka kurssin alussa keskimäärin pelkäsivät selviytymistään sähköisistä tehtävistä Likert-asteilla 3, eivät keskimäärin pelänneet enää ollenkaan kurssin lopussa. Kurssin lopussa järjestettyyn toiseen kyselyyn vastanneet opiskelijat pelkäsivät kaiken kaikkiaan vähemmän kuin opiskelijat kurssin alussa. Ainoastaan opiskelijat jotka sijoittuvat Likert-asteikolla keskelle kohtaan 3, pelkäsivät suoriutumista sähköisistä tehtävistä enemmän kurssin lopussa kuin alussa. Opiskelijan uskolla siihen, että hän pystyy mihin vain, ei ole tulosten mukaan vaikutusta siihen, kuinka paljon opiskelija pelkää suoriutumista sähköisistä tehtävistä ja kokeista.

Uskomuskysely

Uskomuskysely järjestettiin kurssin alussa ja siihen vastasi 48 opiskelijaa. Kyselyn tulokset tarkastellaan viidessä eri kategoriassa, joista neljään ensimmäiseen on tehty kokoavia väitteitä. Kokoavat väitteet on tehty seuraavista kategorioista:

1. *Matematiikka tieteenä*
2. *Matematiikka ja minä*
3. *Matematiikka ja sukupuoli*
4. *Matematiikan käytännöllisyys*

Opetusta ja opiskelua koskevat väitteet on käsitelty yksinään kohdassa:

5. *Matematiikan opetus ja oppiminen*

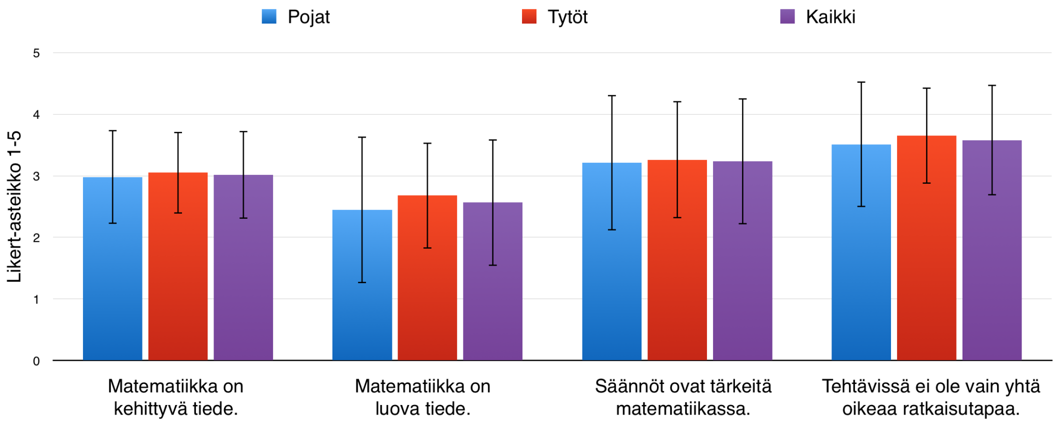
Seuraavaksi esitetään tulokset yksi kategoria kerrallaan. Kokoavat väitteet esitetään kunkin kategorian yhteydessä taulukon avulla viitaten kyselyssä olleeseen kysymysnumeroon (liite A). Jotta kokoavat väitteet voidaan asettaa samalle Likert-asteikolle, on pisteytys osasta väittämiä (V03, V09, V12, V22, V24, V31, V35, V38, V40, V41) käännettävä. Käännetyt väittämät on taulukoissa eroteltu, lisäämällä merkintä (K) väitteen perään. Koottuja väitteitä tulkittaessa on otettu kantaa alkuperäisten väitteiden vastausten jakautumiseen eri vastausvaihtoehtojen välillä.

1. *Matematiikka tieteenä* osiossa kuvataan opiskelijoiden uskomuksia matematiikan merkityksestä yhteiskunnassa ja sen kehityksessä sekä millainen tiede matematiikka on luonteeltaan. Taulukkoon 1 on koottu ne väittämät joista kategoriaan liittyvät kokoavat väitteet koostuvat.

Taulukko 1 Matematiikka tieteenä. Uskomuskyselyssä olleet väitteet (liite A), jotka koottu uudeksi väitteeksi. Käännettyjen väitteiden perässä merkintä (K).

Kokoava väite	Väitteet
Matematiikka on kehittyvä tiede.	V01 Matematiikka muuttuu nopeasti lähitulevaisuudessa. V04 Matematiikan alalla tehdään uusia oivalluksia jatkuvasti. V12 Matematiikassa ei ole tehty uusia oivalluksia pitkään aikaan. (K)
Matematiikka on luova tiede.	V02 Matematiikka on hyvä ala luovalle ihmiselle. V03 Matemaattisten ongelmien ratkaisussa on vain vähän tilaa omaperäisille ajatuksille. (K)
Säännöt ovat tärkeitä matematiikassa.	V05 Matematiikka auttaa ajattelemaan tiettyjen täsmällisten sääntöjen mukaan. V08 Matematiikan oppiminen on suurimmaksi osaksi ulkoa oppimista. V09 Matemaattisia ongelmia voidaan ratkaista käyttämättä sääntöjä. (K) V11Matematiikassa on aina olemassa sääntö, jota voidaan soveltaa tehtävän ratkaisemisessa. V13 Matematiikka on joukko sääntöjä.
Tehtävissä ei ole vain yhtä oikeaa ratkaisutapaa.	V07 Useimmille matemaattisille tehtäville on olemassa erilaisia ratkaisutapoja. V10 Yritystä ja erehdystä voidaan käyttää matematiikan tehtävien ratkaisemisessa. V14 Matemaattinen ongelma voidaan ratkaista aina eri tavoilla.

Kyselyyn vastanneista opiskelijoista 60,87% ei osannut sanoa muuttuuko matematiikka nopeasti lähitulevaisuudessa, kukaan ei ollut kuitenkaan täysin samaa mieltä siitä, että muuttuu. Samaten 63,04% opiskelijoista ei osannut sanoa onko matematiikassa tehty uusia oivalluksia pitkään aikaan, kuitenkaan kukaan ei ollut täysin samaa mieltä siitä, etteikö uusia oivalluksia olisi tehty. Kukaan ei ollut eri mieltä väitteen kanssa, jonka mukaan matematiikan alalla tehdään uusia oivalluksia jatkuvasti. Muuten mielipiteet jakaantuivat eri vastausvaihtoehtojen kesken. Koottujen väitteiden tulokset on esitetty kuvassa 15.



Kuva 15 Keskiarvot ja keskihajonnat opiskelijoiden uskomuksista koskien matematiikkaa tieteenä (1 = täysin erimieltä ... 5 = täysin samaa mieltä).

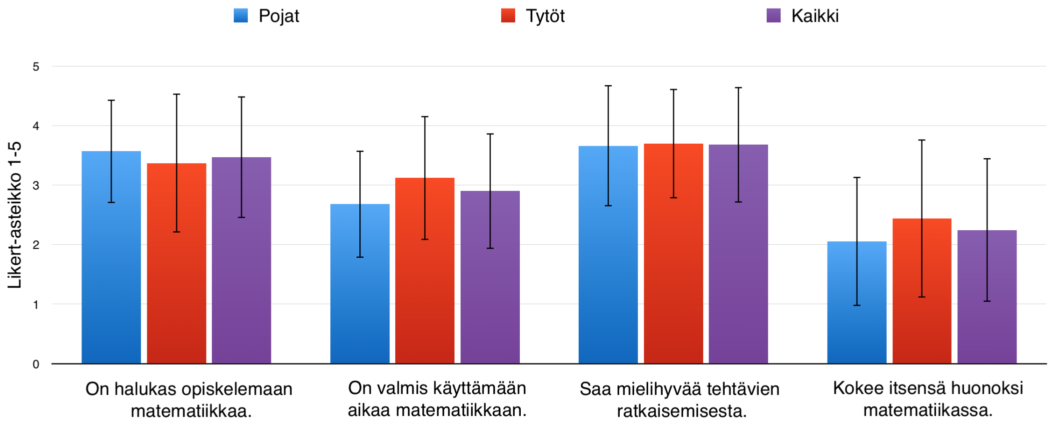
Kyselyyn vastanneet opiskelijat näkevät sukupuolesta riippumatta matematiikan tieteenä samalla tavalla. Poikien vastauksissa keskihajonta kuitenkin on suurempaa kuin tyttöjen. Keskimäärin opiskelijat näkevät, että matematiikka on kehittyvä tiede ja säännöt ovat tärkeä osa matematiikkaa. Opiskelijat ovat samaa mieltä siitä, että tehtävissä ei ole yhtä oikeaa ratkaisutapaa. Sen sijaan otosjoukon opiskelijat eivät keskimäärin näe matematiikkaa luovana tieteenä.

2. *Matematiikka ja minä* kategoriassa kuvataan opiskelijan omaa suhtautumista matematiikkaan ja halukkuutta sen opiskeluun. Lisäksi tarkastellaan väitteitä koskien opiskelijan asenteita ja minäpystyvyyttä.

Taulukko 2 Matematiikka ja minä. Uskomuskyselyssä olleet väitteet (liite A), jotka koottu uudeksi väitteeksi. Käännettyjen väitteiden perässä merkintä (K).

Kokoava väite	Väitteet
On halukas opiskelemaan matematiikkaa.	V16 Haluan todella menestyä matematiikassa. V17 Toivon saavani opiskella enemmän matematiikkaa. V22 Jos saisin valita, en enää opiskelisi matematiikkaa. (K)
On valmis käyttämään aikaa matematiikkaan.	V24 En halua käyttää kovin paljon aikaani matematiikan opiskelemiseen. (K) V27 Olen valmis työskentelemään pitkänkin aikaa ymmärtääkseni uuden asian matematiikassa. V45 Matematiikan opetusta pitäisi lisätä.
Saa mielihyvää tehtävien ratkaisemisesta.	V18 Minusta tuntuu hyvältä, kun itse ratkaisen matematiikan tehtävän. V23 Vaikea matematiikan tehtävä tuntuu minusta mieluisalta haasteelta.
Kokee itsensä huonoksi matematiikassa.	V20 Minä en ole kovin hyvä matematiikassa. V25 Matematiikka on minulle vaikeampaa kuin useimmille muille. V26 Vaikka kuinka yrittäisin en siitä huolimatta menesty matematiikassa. V46 Matematiikka on vaikein minun oppiaineistani.

Tutkimukseen osallistuneista opiskelijoista yksikään ei ollut täysin erimieltä siitä, että haluaa menestyä matematiikassa ja että tehtävän itse ratkaiseminen tuntuu hyvältä. Kukaan ei myöskään ollut täysin eri mieltä väitteen kanssa, jonka mukaan opiskelija on valmis työskentelemään pitkänkin aikaa ymmärtääkseen uuden asian matematiikassa. Muuten opiskelijoiden (N=48) mielipiteet jakautuivat eri vastausvaihtoehtojen kesken. Koottujen väitteiden tulokset on esitetty kuvassa 16.



Kuva 16 Keskiarvot ja keskihajonnat opiskelijoiden uskomuksista koskien matematiikan suhdetta itseensä (1 = täysin erimieltä ... 5 = täysin samaa mieltä).

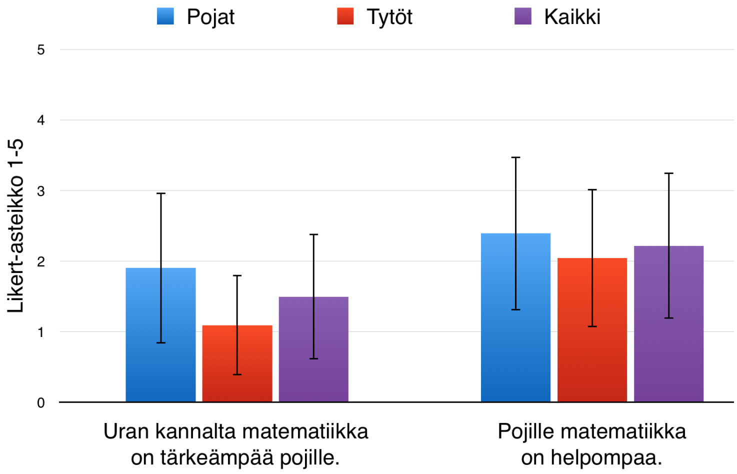
Kyselyyn vastanneiden opiskelijoiden suhde matematiikkaan ei merkittävästi eroa tyttöjen ja poikien välillä. Tulosten perusteella kohderyhmän Opiskelijoilla vaikuttaisi olevan positiivinen suhtautumistapa matematiikan opiskeluun. Opiskelijat ovat keskimäärin halukkaita opiskelemaan matematiikkaa, mutta aikaa tähän ei olla halukkaita käyttämään kovin paljoa. Kohderyhmän tytöt ovat hieman halukkaampia käyttämään aikaansa matematiikan opiskeluun kuin pojat. Opiskelijat saavat keskimäärin mielihyvää tehtävien ratkaisemisesta. Kohderyhmän opiskelijat eivät keskimäärin koe itseään huonoksi matematiikassa.

3. ***Matematiikka ja sukupuoli*** kategoriassa tarkastellaan opiskelijoiden uskomuksia koskien matematiikan hyödyllisyyttä ja matemaattisia lahjoja eri sukupuolten välillä.

Taulukko 3 Matematiikka ja sukupuoli. Uskomuskyselyssä olleet väitteet (liite A), jotka koottu uudeksi väitteeksi. Käännettyjen väitteiden perässä merkintä (K).

Kokoava väite	Väitteet
Uran kannalta matematiikka on tärkeämpää pojille.	V28 Miehistä tulee parempia tiedemiehiä ja insinöörejä kuin naisista. V30 Pojat tarvitsevat enemmän matematiikkaa kuin tytöt. V31 Naiselle ammattiura on yhtä tärkeä kuin miehelle. (K)
Pojille matematiikka on helpompaa.	V29 Pojilla on enemmän luontaisia lahjoja matematiikkaan kuin tytöillä. V32 Tytöt menestyvät matematiikassa heikommin kuin pojat. V33 Pojat ovat kiinnostuneempia matemaattisista ongelmista kuin tytöt.

Jokainen kyselyyn vastanneista opiskelijoista oli eri mieltä sen kanssa, että naiselle ammattiura ei olisi yhtä tärkeä kuin miehelle. Kukaan ei ollut täysin samaa mieltä siitä, että tytöt menestyvät matematiikassa heikommin kuin pojat. Muuten opiskelijoiden mielipiteet jakautuivat eri vastausvaihtoehtojen kesken. Koottujen väitteiden tulokset on esitetty kuvassa 17.



Kuva 17 Keskiarvot ja keskihajonnat opiskelijoiden uskomuksista koskien matematiikkaa ja sukupuolta (1 = täysin erimieltä ... 5 = täysin samaa mieltä).

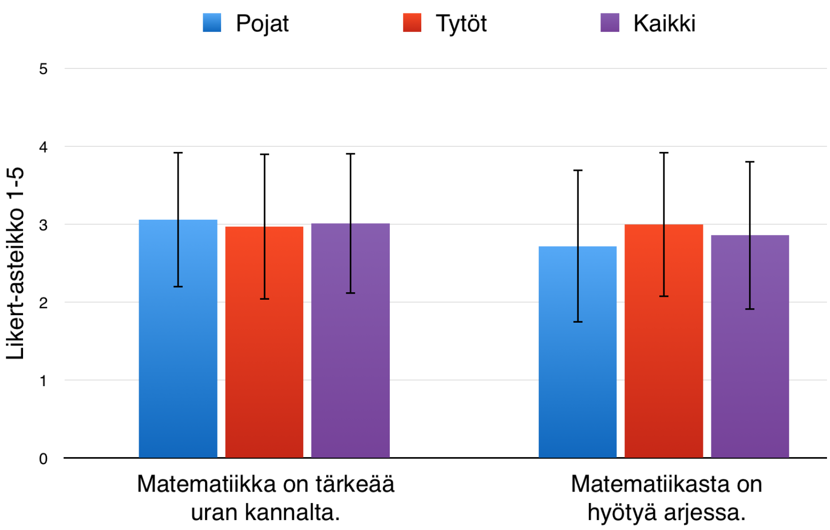
Sukupuolta koskevien koottujen kysymysten kohdalla, poikien ja tyttöjen vastausten keskiarvoissa oli eniten eroavaisuutta. Otosjoukon opiskelijat eivät kuitenkaan usko sukupuolten välisiin eroihin matematiikan tärkeydessä ja oppimisessa. Otosjoukon pojat kokevat kuitenkin vahvemmin, että matematiikka on tärkeämpää uran kannalta pojille, vaikka hekin ovat keskimäärin erimieltä väitteen kanssa. Keskimäärin otosjoukon opiskelijat kokevat, että matematiikka ei ole helpompaa pojille kuin tytöille.

4. *Matematiikan käytännöllisyys* Tässä kategoriassa tutustutaan opiskelijoiden uskomuksiin matematiikan hyödyllisyydestä opiskelijoiden elämässä ja tulevaisuudessa. Kokoavat väitteet on esitetty taulukossa 4.

Taulukko 4 Matematiikan käytännöllisyys. Uskomuskyselyssä olleet väitteet (liite A), jotka koottu uudeksi väitteeksi. Käännettyjen väitteiden perässä merkintä (K).

Kokoava väite	Väitteet
Matematiikka on tärkeää uran kannalta.	V34 On tärkeä osata matematiikkaa, jotta saisi hyvän työpaikan. V35 Useimmat ihmiset eivät käytä matematiikkaa työssään. (K) V36 Haluaisin työskennellä ammatissa, jossa saan käyttää matematiikkaa. V39 Suurin osa matematiikasta on käyttökelpoista työelämässä. V41 Useimmissa ammateissa matematiikan tiedot eivät ole välttämättömiä. (K)
Matematiikasta on hyötyä arjessa.	V37 Matematiikasta on hyötyä jokapäiväisien ongelmien ratkaisemisessa. V38 Voin tulla hyvin toimeen jokapäiväisessä elämässä käyttämättä matematiikkaa. (K) V40 Matematiikkaa ei tarvita jokapäiväisessä elämässä. (K)

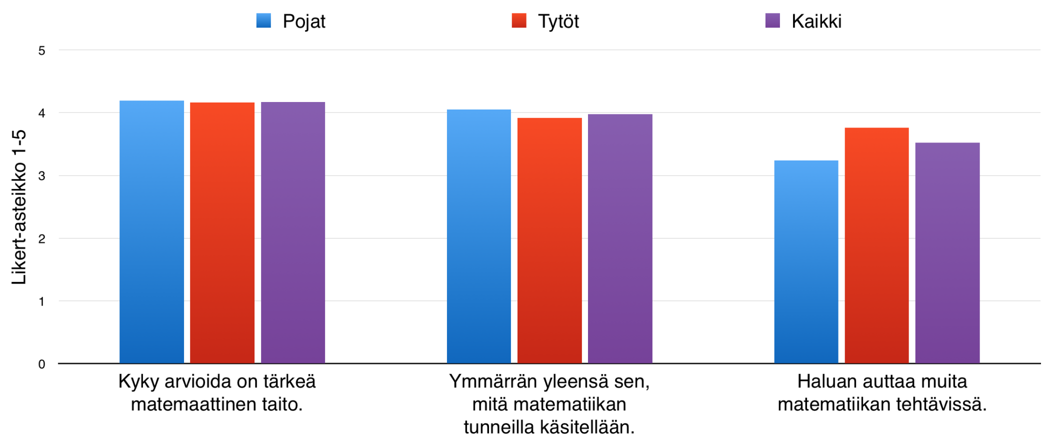
Kyselyyn vastanneista opiskelijoista (N = 48) kukaan ei ollut täysin eri mieltä siitä, etteikö matematiikasta olisi hyötyä jokapäiväisten ongelmien ratkaisussa ja että suurin osa matematiikasta on käyttökelpoista työelämässä. Yksikään opiskelijoista ei ollut täysin samaa mieltä siitä, että matematiikkaa ei tarvitse jokapäiväisessä elämässä ja etteivätkö matematiikan taidot olisi välttämättömiä useimmissa ammateissa. Muuten opiskelijoiden (N=48) mielipiteet jakautuivat eri vastausvaihtoehtojen kesken. Kokoavien väitteiden tulokset on esitelty kuvassa 18.



Kuva 18 Keskiarvot ja keskihajonnat opiskelijoiden uskomuksista liittyen matematiikan käytännöllisyyteen (1 = täysin erimieltä ... 5 = täysin samaa mieltä).

Suhtautuminen matematiikan tärkeyteen uran kannalta on hyvin tasaista sukupuolten välillä ja keskimäärin matematiikan tärkeydestä ei olla samaa eikä eri mieltä, vaan asenne on neutraali. Matematiikasta ei keskimäärin nähdä olevan hyötyä arjessa, tosin tytöt ovat hyödyllisyydestä hieman enemmän samaa mieltä kuin pojat.

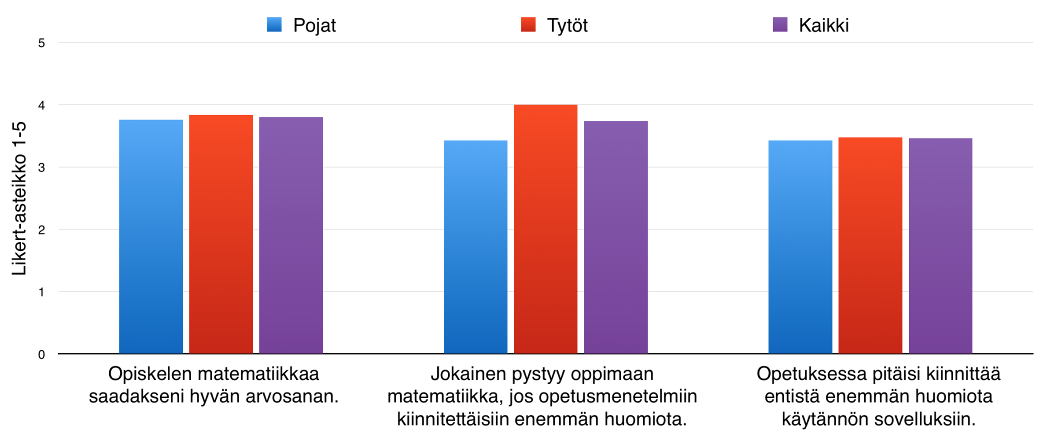
5. *Matematiikan opetus ja oppiminen* kategoriassa tutustutaan opiskelijoiden mielipiteisiin siitä, millaisena he näkevät matematiikan opiskelun ja millaista opetuksen tulisi heidän mielestä olla. Väitteet liittyen matematiikan opiskeluun ja opettamiseen tarkastellaan yksittäin. Kuvassa 19 on keskiarvot opiskelijoiden vastauksista väittämiin V06, V19 ja V21.



Kuva 19 Keskiarvot ja keskihajonnat opiskelijoiden uskomuksista koskien matematiikan opetusta, N = 48, (1 = täysin erimieltä ... 5 = täysin samaa mieltä).

Opiskelijat näkevät, että kyky arvioida on tärkeä matemaattinen taito (moodi 4), kukaan kyselyyn vastanneista opiskelijoista (N=48) ei ollut erimieltä väitteen kanssa. Keskimäärin opiskelijat kokevat ymmärtävänsä sen mitä matematiikan tunneilla käsitellään (moodi 4). Muiden auttaminen tehtävissä koetaan keskimäärin neutraaliksi (moodi 3), tytöt kuitenkin kokevat hieman enemmän halukkuutta auttaa kuin pojat, moodin pysyessä kuitenkin samana molemmissa osajoukoissa.

Kuvassa 20 on keskiarvot opiskelijoiden mielipiteistä väittämiin V42, V43 ja V44. Kukaan ei ollut eri mieltä väitteen kanssa, siitä että opiskelee saadakseen hyvän arvosanan. Kukaan kyselyyn vastanneista opiskelijoista ei myöskään ollut eri mieltä siitä, että opetuksessa pitäisi kiinnittää entistä enemmän huomiota käytännön sovelluksiin.



Kuva 20 Keskiarvot ja keskihajonnat opiskelijoiden uskomuksista koskien matematiikan opetusta, N = 48, (1 = täysin erimieltä ... 5 = täysin samaa mieltä).

Keskimäärin opiskelijat opiskelevat saadakseen hyvän arvosanan (moodi 4). Otosjoukon opiskelijat ovat keskimäärin samaa mieltä siitä, että jokainen pystyy oppimaan matematiikka, kunhan opetusmenetelmiin kiinnitetään enemmän huomiota (moodi 4). Käytännön sovellusten lisäämisestä opetukseen opiskelijat eivät keskimäärin ole samaa eikä eri mieltä (moodi 3).

6.1.3 Yhteenveto opiskelijoiden matematiikkakuvaa koskevan aineiston tuloksista

Tulokset tukevat aikaisempien tutkimuksen tuloksia. Matematiikkakuvassa ei sukupuolten välillä ole juurikaan eroja. Vielä vuonna 1995 Pehkosen mukaan ihmisillä oli vahva käsitys, että pojat ovat keskiverroin lahjakkaampia matematiikassa kuin tytöt, tämä tutkimuksen kohderyhmän opiskelijat eivät näin kuitenkaan ajattele. Opiskelijat uskovat vahvasti menestymisen olevan heistä itsestään kiinni ja otosjoukosta harva tuntee itsensä huonoksi matematiikassa. Matematiikasta ei opiskelijoiden vastausten mukaan ole merkittävää hyötyä arjessa ja uran kannalta. Kysymykset jotka koskivat matematiikkaa tieteenä, eivät jakaneet paljoa opiskelijoiden mielipiteitä, vaan yleisin vastaus olisi Likert-asteikon keskellä oleva "en osaa sanoa". Joten matematiikan merkitys tieteenä ei kohderyhmän opiskelijoille ole välttämättä kovin tuttu. Opiskelijat haluavat menestyä matematiikassa, mutta eivät ole valmiita käyttämään aikaa matematiikan opiskeluun kuitenkaan yhtä paljon kuin haluavat menestyä.

Keskimäärin uskomukset eri matematiikan osa-alueilla viittaavat suurimmalla osalla kohderyhmän opiskelijoista opiskelua tukevaan ajatteluun ja käytösmalliin, joka ilmenee myös kohderyhmän päättöarvostelun korkeana keskiarvona.

6.2 Sähköiset kielentämistehtävät

6.2.1 Aineiston analyysi

Kielentämistehtävät on analysoitu kvantitatiivisesti. Tehtävät on tehty pääosin TI Nspiren CAS-laskimella, kaksi opiskelijaa palautti tehtävät aina Word-tiedostona ja yksi opiskelija teki tehtävät vihkoon, josta otti valokuvan. Tutkimuksessa analysoidaan opiskelijoiden antamien vastausten rakennetta ja tehtävien ymmärtämistä, jotta kielentämistehtäviin liittyviä kyselytuloksia voidaan ymmärtää paremmin. Seuraavassa taulukossa on lueteltu palautuksien määrät tehtävittäin ja eritelty palautukset, joissa oli vain tehtävänanto tai ilmaus, että opiskelija ei osaa ratkaista tehtävää (N = 48).

Taulukko 5 Kielentämistehtävien palautusten kappalemäärät ja laatu

Kielentämistehtävä	Palautuksia	Sai tehtyä jotain	Ei päässyt alkuun	Ratkaisi oikein
Tehtävä 1	32	32	0	0
Tehtävä 2	26	18	8	8
Tehtävä 3	29	23	6	3
Tehtävä 4	25	17	8	3
Tehtävä 5	26	21	5	5

Tutkimustulosten yhteydessä on esitetty esimerkkiratkaisu kuhunkin tehtävään. Lisää opiskelijoiden ratkaisuja on nähtävissä liitteessä D. Toiseen kyselyyn vastanneet opiskelijat ovat kurssin aikana tehneet kielentämistehtäviä, joten asenteita ja kokemuksia kielentämistehtäviä kohtaan voidaan tulkita kyselyn avulla. Tutkimuksen toiseen kyselyyn vastasi 29 opiskelijaa (liite E), joista 16 oli tyttöjä ja 13 poikia. Opiskelijoiden mielipidettä kielentämistehtäviä kohtaan MAY1-kurssin jälkeen on analysoitu jakamalla vastausvaihtoehdot viiteen osaan (kysymys 5, liite E). Tuloksia analysoitaessa vastaukset on ryhmitelty myöntäviin ja kielteisiin kannanottoihin ja keskelle jäänyt vastus tulkittu niin, että opiskelijalla ei ole vahvaa mielipidettä asiasta.

Kyselyn osiossa, jossa kysyttiin opiskelijoiden näkemyksiä ja kokemuksia kielentämistehtävistä (kysymys 6, liite E), tutkija on käyttänyt neliportaista Likert-asteikkoa. Tutkija on tulkinnut opiskelijan olevan eri mieltä, kun vastaus on kyselyssä ollut jokseenkin erimieltä tai täysin erimieltä. Vastaavasti on tulkittu, että opiskelija on samaa mieltä, kun vastaus on kyselyssä ollut jokseenkin samaa mieltä tai täysin samaa mieltä.

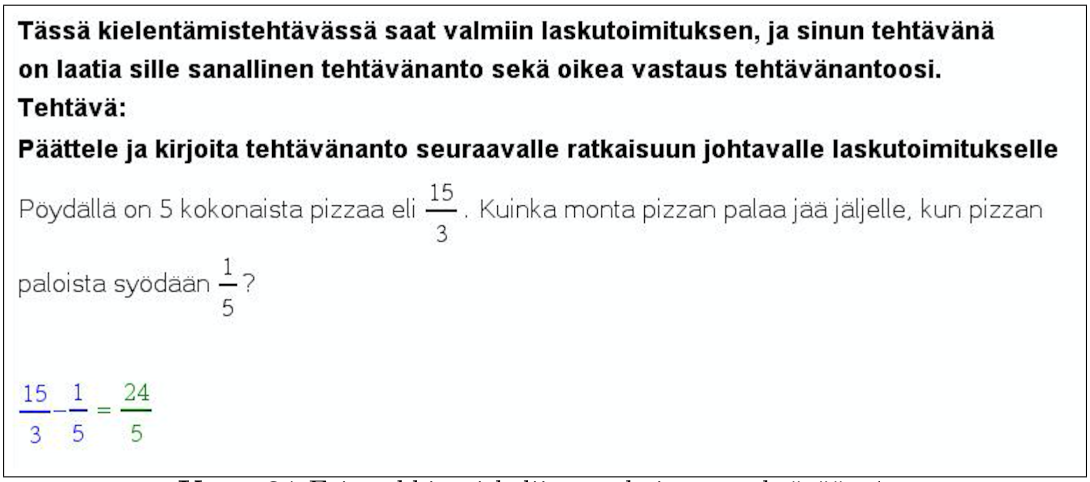
6.2.2 Tutkimuksen tulokset

Kielentämistehtävät

Ensimmäisessä kielentämistehtävässä haluttiin selvittää millaisia merkityksiä opiskelijat antavat murtoluvuille ja niiden vähennyslaskulle. Vastauksia saatiin yhteensä 32 kappaletta. Opiskelijoista 24 antoi tehtävänannoksi "laske", "sievennä"tai muuta vastaavaa, niin että eivät olleet keksineet laskulle mitään konkreettista tilannetta arjesta.

Kahdeksan opiskelijaa ratkaisi tehtävän niin kuin se oli tarkoitettu, eli keksivät sanallisen tehtävänannon, joka ratkesi kyseisellä laskutoimituksella. Näistä kahdeksasta opiskelijaa viisi opiskelijaa vähensi viidesosan alkuperäisestä määrästä. Kolme opiskelijaa laati ositusjaon, jossa viidesosa vähennettiin jokaisesta jaon tuloksena saadusta ryhmästä, ja näin ollen vähensivät kokonaisuudessaan yhden kokonaisen.

Kukaan opiskelijoista ei onnistunut asettamaan kysymystä niin että se vastaisi kysyttyä laskutoimitusta, jossa yhdestä jaontuloksena saadusta ryhmästä vähennetään viidesosa. Lähimmäksi oikeaa ratkaisua pääsi ratkaisullaan seuraava opiskelija.



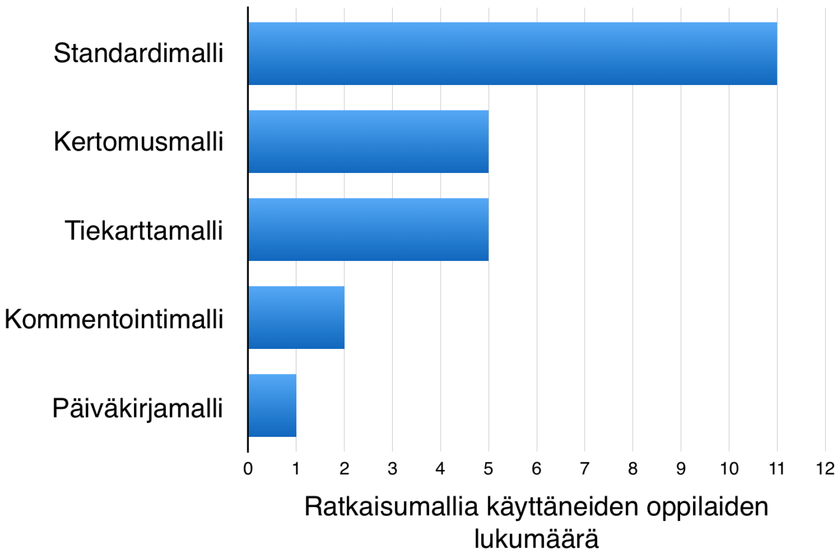
Tässä kielentämistehtävässä saat valmiin laskutoimituksen, ja sinun tehtävänä on laatia sille sanallinen tehtävänanto sekä oikea vastaus tehtävänantoosi.
Tehtävä:
Päättele ja kirjoita tehtävänanto seuraavalle ratkaisuun johtavalle laskutoimitukselle

Pöydällä on 5 kokonaista pizzaa eli $\frac{15}{3}$. Kuinka monta pizzan palaa jää jäljelle, kun pizzan paloista syödään $\frac{1}{5}$?

$$\frac{15}{3}-\frac{1}{5}=\frac{24}{5}$$

Kuva 21 Esimerkki opiskelijan ratkaisusta tehtävään 1.

Kysymyksen olisi kuulunut olla "Kuinka paljon pizzaa jää jäljelle, kun yhdestä pizzasta syödään viidesosa?"Jos kaikki vastaukset verrattaisiin tähän pizza esimerkkiin, niin neljä opiskelijaa vähensi viidesosan alkuperäisestä määrästä, eli vähensivät yhden pizzan. Kolme opiskelijaa vähensi viidesosan jokaisesta osajoukosta, eli vähensivät jokaisesta pizzasta viidesosan. Opiskelijat jotka eivät antaneet sanallista kertomuksellista tehtävänantoa, ratkaisivat annetun laskutoimituksen käyttäen erilaisia kielentämismalleja (kuva 22). Yleisin ratkaisumalli ensimmäisessä tehtävässä oli selvästi standardimalli, jota käytti 45,8% opiskelijoista.



Kuva 22 Tehtävässä 1 käytettyjen eri ratkaisumallien lukumäärät, N = 24.

Toisessa kielentämistehtävässä testattiin opiskelijoiden kykyä löytää virhe laskusta. Ratkaisuja palautettiin 26 kappaletta, joista kahdeksassa ei oltu tehty mitään. Opiskelijoista 14 löysi virheet ja neljä opiskelijaa löysi vääriä virheitä tai osoitti väärää ymmärrystä asiasta. Kahdeksan opiskelijaa ratkaisi tehtävän niin kuin oli tarkoitettu, eli opiskelija selitti virheet ja korjasi ne. Kolme opiskelijaa oli ratkaissut tehtävän pelkän Solve-toiminnon avulla, ja neuvoivat käyttämään aina Solve-toimintoa.

2 Luku 2 − Virheen etsintä

Virheen etsintä tehtävässä, sinun tulee löytää virhe tai virheet ja korjata ne.

Kuvitellaan nyt että olet opettaja ja oppilas palauttaa sinulle seuraavan vastauksen.

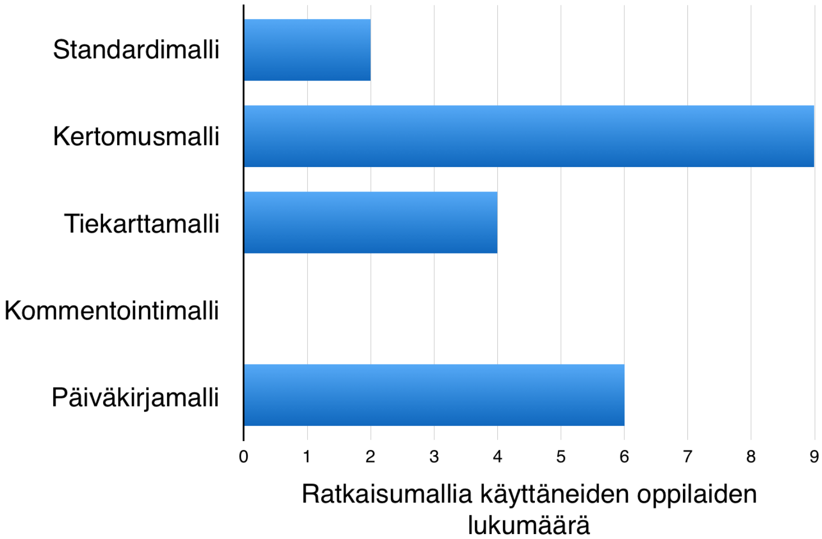
Tehtävä: Etsi ja korjaa oppilaan virheet vastauksesta perustellen. Pidä huoli, että oppilas osaa palautteesi jälkeen ratkaista vastaavanlaisen tehtävän. Antamasi tehtävä on ratkaista muuttuja x seuraavasta yhtälöstä:

$1+2\cdot 3^{x}=11$

Vastausta oli lähdetty hakemaan todella kaukaa ja sekavasti. Aluksi olisi voinut yksinkertaisesti sieventää lauseketta: $2\cdot 3^{x}=11-1$ eli $2\cdot 3^{x}=10$. Tätäkin lauseketta voi vielä sieventää jakamalla molemmat puolet 2:lla : $\frac{2\cdot 3^{x}}{2}=\frac{10}{2}$, jolloin oikealta puolelta kakkoset supistuvat pois: $3^{x}=\frac{10}{2}$ eli $3^{x}=5$. Seuraavaksi käytetään logaritmia: $\log_{3}(5)=x$. Vastaukseksi tulee $\log_{3}(5)=x \blacktriangleright 1.46497=x$.

Kuva 23 Esimerkki opiskelijan ratkaisusta tehtävään 2. Ratkaisumalli on kertomusmalli.

Kolmannessa tehtävässä opiskelijoiden tuli perustella ratkaisuaan omin sanoin. Tehtävän palautti 29 opiskelijaa, joista 21 opiskelijaa ratkaisi tehtävän jollakin tavalla loppuun asti. Kaksi henkilöä teki tehtävän osaksi ja kuusi opiskelijoista totesi, ettei osaa tai ymmärrä tehtävää. Kolme opiskelijaa antoi tehtävään oikean vastauksen. Taulukkoon 3 on koottu opiskelijoiden käyttämät ratkaisumallit.



Kuva 24 Tehtävässä 3 käytettyjen eri ratkaisumallien lukumäärät, N = 21.

Käytetyimmät mallit olivat kertomusmalli ja päiväkirjamalli. Tehtävänannosta huolimatta Standardimallia käytti 9,5% opiskelijoista. Tehtäviä tulkittaessa oli helppo havaita, missä opiskelijan ajatus oli lähtenyt väärään suuntaan ja oliko ymmärrys puuttunut tehtävänannon käsitteistä vai ajatuksellisesta virheestä. Kertomusmalli ja päiväkirja malli kuvaavat hyvin opiskelijan ajatuksen kulkua.

Halutaan tienata 100 euroa. Lasketaan 500 euron säästö ja opintolaina yhteen, josta on vähennetty 0,8 prosentin osuus. Vähennetään osakesalkun maksu 16e ja perustamiskustannukset 10e.Lisätään summaan 8 euron osinko, jonka saat osakkeistasi.

$500+1000\cdot 0.992-16-10+8 \blacktriangleright 1474.$

Jaetaan 500 euron säästö, 1000e opintolaina ja 100e joka halutaan tienata sillä määrällä mitä sinulle jää jäljelle yhden vuoden rahoista eli 1474e.

$\frac{1600}{1474} \blacktriangleright 1.08548$

Muutetaan 1,08548 prosenttiluvuksi. 108,5%

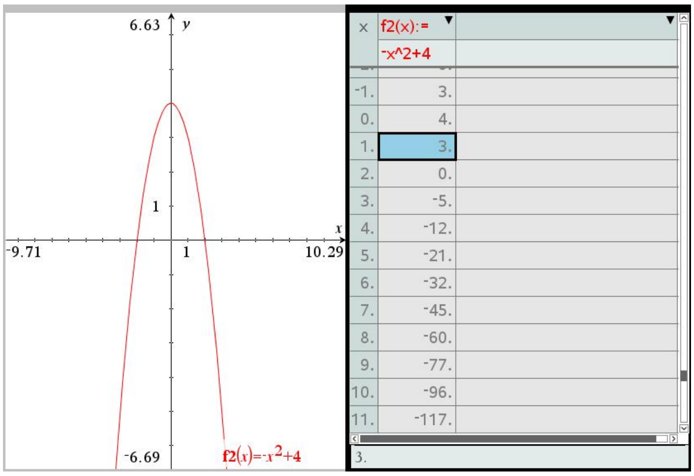
Vähennetään luvusta 108,5% luku 100%, jolloin saadaan prosenttiluku, kuinka monta prosenttia osakesalkun arvon pitää nousta, jotta tienaisit 100 euroa.

$108.5-100 \blacktriangleright 8.5$

Vastaus on noin 8,5 prosenttia.

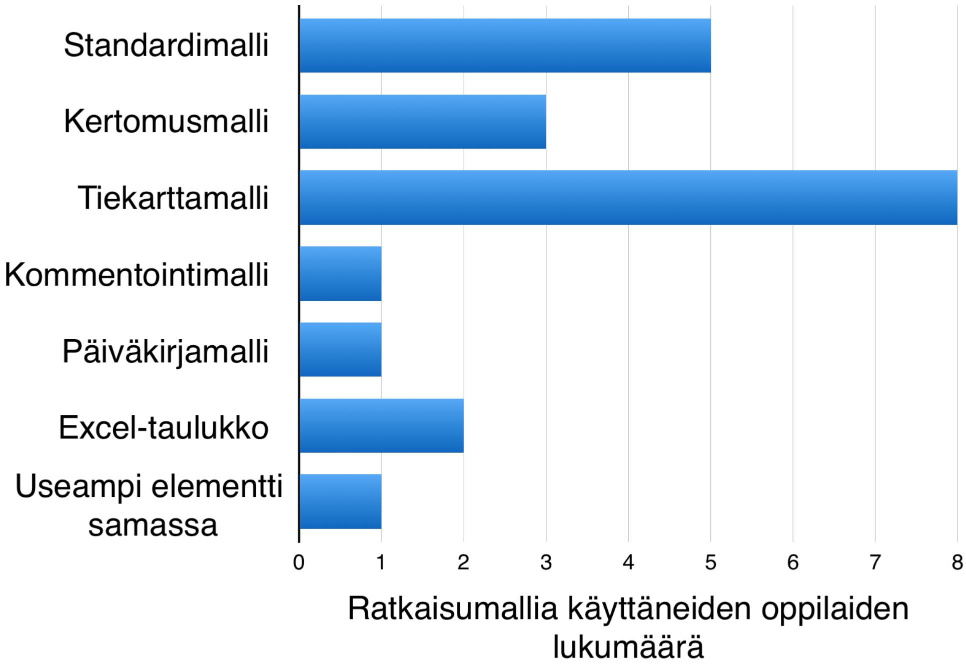
Kuva 25 Esimerkki opiskelijan ratkaisusta tehtävään 3. Ratkaisumalli on kertomusmalli.

Neljännessä tehtävässä opiskelijoiden tuli sanallisen ohjeen avulla muodostaa funktio ja piirtää sen kuvaaja. Tehtävän palautti 25 opiskelijaa, joista kahdeksan ilmoitti, että ei osaa tai ymmärrä tehtävää. Täysin oikein tehtävän oli ratkaissut kolme opiskelijaa ja osittain oikeita ratkaisuja oli kolme. Ratkaisuissa ei oltu suoranaisesti käytetty kielentämisen eri ratkaisumalleja, vaan vastaukset oli pääosin annettu kuvina ja taulukoina.



Kuva 26 Esimerkki opiskelijan ratkaisusta tehtävään 4.

Viidennessä tehtävässä opiskelijoiden tuli poimia tehtävänannosta tarvittavat tiedot. Palautuksia tuli 26 opiskelijalta, joista viidessä ilmoitettiin, ettei tehtävää osata tai ymmärretä. Oikean vastauksen antoi viisi opiskelijaa. Viimeisessä tehtävässä ratkaisumallin jakautuivat seuraavasti.



Kuva 27 Tehtävässä 5 käytettyjen ratkaisumallien lukumäärät (N = 21).

Viidennessä tehtävässä käytetyin ratkaisumalli oli tiekarttamalli. Standardimallia käytti 23,8% opiskelijoista. Tiekarttamallin käyttö sopi tehtävään hyvin, sillä moni sen ratkaissut käytti geometrisen summan kaavaa ja näin ollen kaavan käyttöä selitettiin sanallisesti joko symbolisen osuuden alussa tai lopussa.

$s_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$ ▸ $s_n = 6.33825300114E27$

$a_1 := 0.005$ ▸ 0.005

$q := 2$ ▸ 2

$n := 100$ ▸ 100

Jokaisen päivän tuotto kerrotaan kahdella. a1 on ekan päivän palkka. **N** *on päivien lukumäärä.* **Q** *on suhdeluku.Sitten pistelin sen geometriseen summaan ja vastaus saapuikin nopeasti! Ottaisin työn vastaan, koska lit palkka. Ekat pari päivää olis surullisia ja rankkoja huonolla palkalla, mutta lopussa elelisin herroiksi.*

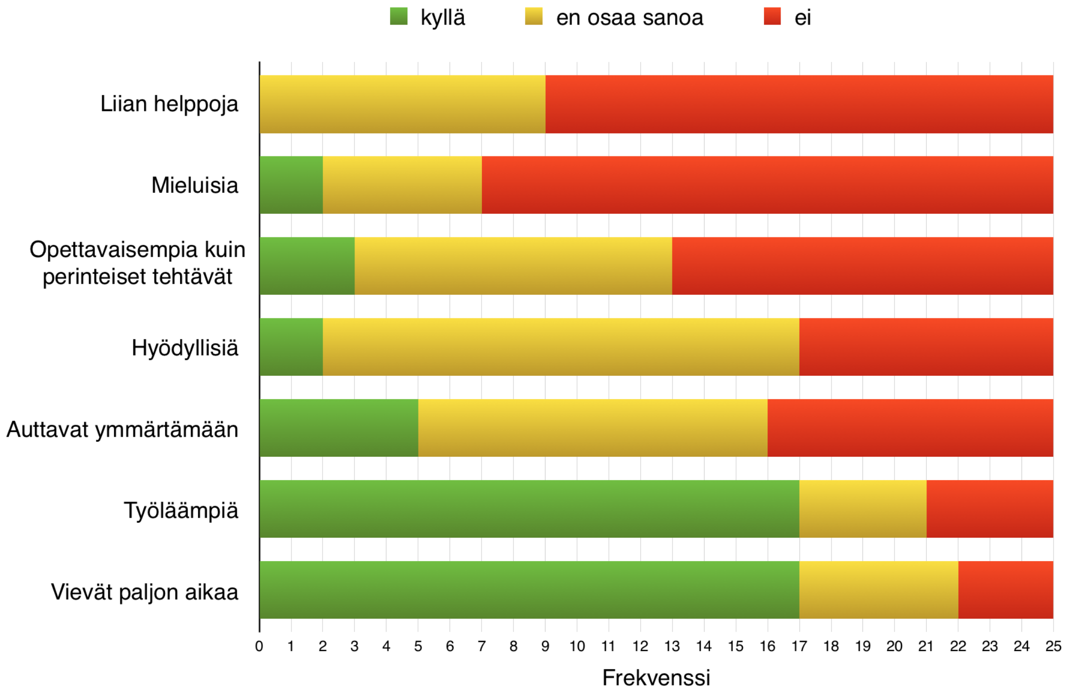
Kuva 28 Esimerkki tehtävän 5 ratkaisusta. Ratkaisumalli on tiekarttamalli.

Kuva 28 havainnollistaa hyvin, kuinka kielentäminen avaa opiskelijan ajattelua ratkaisun lukijalle. Kaiken kaikkiaan tämä kappaleen esimerkkien nojalla voidaan todeta, että kielentäminen luo yhteyden ratkaisun laatijan ja lukijan välille.

Oppilaat käyttivät kaikkia eri ratkaisumalleja luonnollisesti ja lisäksi tietokoneen käyttö mahdollisti ratkaisujen antamisen myös uusilla tavoilla. Taulukointi ja eri ruutujen käyttö CAS-laskimessa toimivat hyvin ratkaisun tukena ja havainnollistavat ajattelua tehtävän ratkaisun lukijalle. Vastauksista huomasi, että luonnollisen kielen käyttäminen osana ratkaisua tuli suurimmalle osalle opiskelijoista tutuksi kurssin aikana.

Kysely kielentämistehtävistä

Toiseen kyselyyn vastasi yhteensä 29 opiskelijaa joista 16 oli tyttöjä ja 13 poikia. Toiseen kyselyyn vastanneista opiskelijoista 16% on käyttänyt kielentämistehtävissä käytettyjä vastausrakenteita jo peruskoulussa. Kukaan opiskelojoista ei vastannut kyselyssä että kielentämistehtävät olisivat liian helppoja. Kukaan ei myöskään ollut vahvasti sitä mieltä että tehtävät olisivat olleet mieluisia tai opettavaisempia kuin muut tehtävät. Seuraavassa taulukossa on esitetty opiskelijoiden ajatuksia kielentämistehtävistä, joita he tekivät kurssin aikana. Vastaukset on koottu kysymyksestä 5 (liite E).



Kuva 29 Opiskelijoiden näkemyksiä kielentämistehtävistä. Palkin leveys vastaa kyseistä mieltä olevien opiskelijoiden lukumäärää (N = 25).

Kokemuksiin kielentämistehtävistä vastasi 25 opiskelijaa. Opiskelijoista 68% koki kielentämistehtävät työläämpinä ja enemmän aikaa vievinä kuin perinteiset tehtävät. Opiskelijoista 64% on sitä mieltä, että tehtävät olivat liian vaikeita ja 72% että ne olivat epämieluisia. Epämieluisina tehtäviä piti 72% kyselyyn vastanneista opiskelijoista. Opiskelijoista 60% ei osannut sanoa, olivatko tehtävät hyödyllisiä ja 44% ei tiennyt auttoivatko ne ymmärtämään asioita paremmin. 36% oli sitä mieltä, että tehtävät eivät auttaneet ymmärtämään asioita paremmin. Tehtävien parempi opettavaisuus perinteisiin tehtäviin verrattuna jakoi myös mielipiteitä, 48% opiskelijoista ei pitänyt tehtäviä opettavaisina.

Tarkempiin väittämiin opiskelijat ovat vastanneet neliportaisen Likert-asteikon mukaan. Vastaukset ”täysin erimieltä” ja ”jokseenkin erimieltä” on tulkittu niin että opiskelija on eri mieltä, vastaavasti ”täysin samaa mieltä” ja ”jokseenkin samaa mieltä” on tulkittu niin että opiskelija on samaa mieltä. Väittämiin vastasi yhteensä 25 opiskelijaa ja näin ollen taulukossa yksi opiskelija vastaa 4% osuutta tuloksista. Kysymykseen kahdeksan vastasi muista kysymyksistä poiketen 24 opiskelijaa.

Taulukko 6 Kielentämistehtäviä koskevan kyselyn tuloksia, N = 29.

Kysymys	Eri mieltä, (%)	Samaa mieltä, (%)
1. Käytän matematiikassa mielelläni luonnollista kieltä ratkaisun tukena.	36	64
2. Sellaista matematiikan tehtävää, jossa on selitetty vaiheita luonnollisella kielellä, on helpompi ymmärtää kuin sellaista, jossa on vain matematiikan symbolikieltä.	44	56
3. Luonnollinen kieli ei mielestäni auta haastavien käsitteiden ymmärtämistä tai käsittelyä.	56	44
4. Ratkaisen mielelläni erityylisiä matematiikan tehtäviä.	36	64
5. Perustelen ratkaisuni välivaiheita mielelläni käyttämällä matematiikan kaavoja tai muuta matematiikan symbolikieltä.	24	76
6. Selitän mielelläni muille matematiikan tehtävän ratkaisuani.	72	28
7. Sanalliset tehtävät (muutkin kuin kielentämistehtävät) eivät yleisesti ottaen motivoi minua.	36	64
8. Perustelujen kirjoittaminen sanallisesti on mielestäni helppoa.	58	42
9. En koe oppimistulosteni parantuneen opintojaksolla olleiden kielentämistehtävien ansiosta.	4	96
10. Luonnollisen kielen käyttäminen matematiikan tehtävän ratkaisussa on työlästä.	20	80
11. Koin opintojakson kielentämistehtävät innostavina.	89	11
12. Oma kirjallinen kommentointi ja väliotsikointi helpottavat matematiikan tehtävän ratkaisua.	60	40
13. Koin opintojakson aikana onnistumisen elämyksiä kielentämistehtävien parissa.	80	20
14. Opintojakson kielentämistehtävät eivät olleet helppoja.	16	84
15. Sanallisten perustelujen liittäminen osaksi tehtävän ratkaisua on turhaa.	56	44
16. Tehtävän perustelu sanallisesti ei juuri vie aikaa.	60	40

Tutkimukseen (N=29) osallistuneista opiskelijoista 64% käyttää mielellään luonnollista kieltä ratkaisujen tukena ja 56% kokee että tehtävää, jossa vaiheita on kirjoitettu luonnollisella kielellä, on helpompi ymmärtää. Suurin osa opiskelijoista 56% on sitä mieltä, että luonnollinen kieli auttaa haastavien käsitteiden ymmärtämisessä. Opiskelijoista 64% ratkaisee mielellään erityylisiä matematiikan tehtäviä. Opiskelijoista 76% perustelee kuitenkin ratkaisujaan mielellään matematiikan symbolikielellä ja kaavoilla. Kohderyhmän opiskelijoista 28% selittää mielellään omia ratkaisujaan muille. Sanalliset tehtävät eivät motivoi opiskelijoista 64% ja perustelujen kirjoittaminen ei ole helppoa 58% opiskelijoista.

Yhtä opiskelijaa lukuun ottamatta kaikki (N= 29) kokivat, että kielentämistehtävät eivät parantaneet oppimistuloksia opintojaksolla. Opiskelijoista 80% koki luonnollisenkielen käyttämisen työläänä. Innostavina tehtävät koki 11% opiskelijoista, 20% opiskelijoista koki onnistumisen elämyksiä kielentämistehtäviä tehdessään.

Opiskelijoista 60% koki, ettei kirjallinen kommentointi ja väliotsikointi helpota matematiikan tehtävän ratkaisua, mutta samaan aikaan 56% oli kuitenkin sitä mieltä, etteivät sanalliset perustelut osana ratkaisua ole turhia. Suurin osa opiskelijoista 84%, koki kyseiset kielentämistehtävät vaikeina. Vastaajista 60% koki että sanallinen kommentointi vie aikaa.

Kyselyyn vastanneista opiskelijoista 24% aikoo käyttää kielentämistä myös jatkossa. 20% opiskelijoista oli sitä mieltä, että kielentämistehtävät olisivat hyviä koetehtäviä. Opiskelijoilta kysyttiin myös, mitä hyötyä he kokivat kielentämistehtävistä olevan. 16 opiskelijoista vastasivat avoimeen kysymykseen joista seitsemän ei kokenut niitä hyödyllisenä. Eräs opiskelija vastasi seuraavasti.

> *"No en nähnyt niissä mitään hyötyä, koska tarvitsen opetuksen ensin, että miten ratkaista jokin tehtävä tai miten asia menee, että voin tehdä samoja asioita itse."* (Opiskelija 1)

Kaksi opiskelijaa koki, että tehtävistä voi olla jollekin hyötyä, mutta itse ei niistä pidä tai että ne olivat vaikeita. Seitsemän opiskelijaa koki tehtävät hyödyllisenä ja että ne auttavat oppimaan ja ajattelemaan.

> *"Kyseisten tehtävien avulla oppi kertomaan esimerkiksi tehtävistä välivaiheista sanallisesti. Samalla toki oppi enemmän sanallisten perusteluiden tekemisestä. Sanallisia vastauksia on tehty jo ala-asteelta lähtien, niin kielentämistehtävistä oppi sanallisen vastauksen antamisen lisäksi perustelemaan vastaustaan. Joissakin tapauksissa matemaattisen kielen kääntäminen luonnolliselle kielelle on hieman vaikeaa. Kielentämistehtävät toivat kuitenkin vaihtelua muihin tehtäviin verrattuna. "Ylioppilaskokeissa täydellinen matematiikan vastaus edellyttää luonnollisella kielellä annettuja perusteluja."Vaikka omiin ylioppilaskirjoituksiini on vielä aikaa, on kuitenkin tässä vaiheessa jo hyvä oppia perustelemaan vastauksensa. Ja eihän se kuitenkaan loppujen lopuksi ole kovin vaikeaa."* (Opiskelija 2)

> *"On selkeää, että kirjoittaa myös "kirjalliset välivaiheet"näkyviin, jolloin on helpompi nähdä, mitä kaavoja tai laskutoimituksia on laskussa käyttänyt."* (Opiskelija 3)

Tutkimukseen osallistuneet opiskelijat saivat myös antaa parannusehdotuksia kielentämistehtäviin liittyen. Parannusehdotuksia antoi kahdeksan opiskelijaa. Opiskelijat toivoivat, että tehtävät olisivat olleet helpompia ja selkeämpiä. Opiskelijan 4 mukaan hankaluutta teetti se, että kaikkia asioita ei oltu tunnilla opetettu tai kielentämistä ei oltu käyty tunnilla läpi.

> *"Mielestäni kielentämistehtävät, jotka oli tehtävä, olivat liian vaikeita. Se oli kyllä hyvä, että tehtävät olivat erilaisia keskenään, mutta ne olisivat voineet olla yksinkertaisempia. En kuitenkaan tarkoita mitään 1+1 juttuja, tarkoitan vain sitä, etteivät tehtävät olisi olleet niin monimutkaisia. Ainahan haastettakin toki tulee olla. Itse en pitänyt siitä, että kielentämistehtävämme tehtävät liittyivät siihen, mitä MAY01 kurssilla käydään läpi. Lisäksi tehtävässä "Luku 4 - Koodaus"en osannut käyttää laskinta. Siinä tehtävässä olisi voinut olla vaihtoehtoisena tekemistapana kyseisen kuvaajan piirtäminen, vaikka ruutupaperille. Ja tämä siis silloin, jos ei osannut käyttää laskinta. Yhteenveto: Kielentämistehtävät toivat vaihtelua normaaleihin tehtäviin, mutta ne olivat liian haastavia ja veivät mielestäni liikaa aikaa. Tehtävien avulla oppi kuitenkin esimerkiksi sanallisesta perustelusta ja kääntämisestä luonnollisen ja matemaattisen kielen välillä."* (Opiskelija 4)

> *"En muista sanottiinko, että näistä pitäisi selviytyä, mutta mielestäni ne olivat aivan liian vaikeita. Muutama tehtävä oli niin vaikea, etten edes pystynyt yrittämään yksin."* (Opiskelija 5)

Opiskelijan 2 mukaan sanallisia vastauksia on käytetty jo alakoulussa, ja hänen näkee tehtävät hyödyllisiä. Opiskelija 3 kertoi myös hyötyneensä välivaiheiden kirjoittamisesta. Opiskelijan 1 palautteen mukaan tehtävien vaikeus johtui siitä, että tunnilla ei oltu opetettu asioita, joita kielentämistehtävissä vaadittiin. Kuten opiskelija 4 kertoo, on tehtävien vaikeustasolla merkitystä tehtävän mielekkyyden kannalta.

6.2.3 Yhteenveto sähköisten kielentämistehtävien tuloksista

Kielentämistehtävien palautusten perusteella tehtävät olivat kurssilaisille liian vaikeita. Opiskelijat käyttivät kuitenkin erilaisia kielentämisen ratkaisumalleja sujuvasti. Lähes kaikki opiskelijat olivat tehneet tehtävät TI-Nspire CAS -laskimella ja hallitsivat sen käytön hyvin. Tietokoneella tehdyt ratkaisut ovat helppolukuisia ja kielentämisen ratkaisumalleja käyttävän opiskelijan ratkaisuista huomaa hyvin opiskelijan ajattelun. Vastausten järkevyyttä moni kohderyhmän opiskelijoista ei osaa arvioida. Kielentämistehtävän avulla myös selvisi hyvin se, että vaikka opiskelija osaisi mekaanisesti laskea täysin oikein, niin ymmärrystä siitä mitä käytännössä ei ole (kielentämistehtävä 1).

Vaikka suurin osa oli sitä mieltä, että oma kirjallinen kommentointi ja väliotsikointi ei helpota matematiikan tehtävän ratkaisua niin suurin osa kohderyhmän opiskelijoista kuitenkin kokee sen helpottavan tehtävien ja haastavien käsitteiden ymmärtämistä. Suurin osa vastaajista on sitä mieltä, että sanallisten perustelujen liittäminen osaksi tehtävää on hyödyllistä, vaikka se koetaankin työlääksi, vaikeaksi ja aikaa vieväksi. Suurin osa vastaajista käyttää mielellään luonnollista kieltä ratkaisujen tukena.

Suurinta osaa tutkimukseen osallistuneista opiskelijoista yleisesti ottaen sanalliset tehtävät eivät motivoi, mutta tekevät kuitenkin mielellään eri tyylisiä matematiikan tehtäviä. Suurin osa kuitenkin perustelee mielellänsä ratkaisujansa kaavoilla tai matematiikan symbolikielellä. Kohderyhmän opiskelijat eivät selitä mielellään muille omia ratkaisujaan.

MAY1 kurssilla tehdyt kielentämistehtävät koettiin vaikeina, eikä opiskelijat kokeneet tehtävien tekemisen parantaneen heidän oppimistuloksiaan kyseisellä kurssilla. Suurin osa ei kokenut tehtäviä innostavana tai saanut onnistumisen kokemuksia niitä tehdessä. Noin joka neljäs kyselyyn vastanneista opiskelijoista aikoo hyödyntää kielentämistä jatkossa.

7 Johtopäätökset ja pohdinta

Tämän tutkimuksen tavoitteena oli selvittää, millaisia matematiikkakuvaan vaikuttavia uskomuksia opiskelijoilla on kohdelukiossa, ja onko niissä sukupuolten välisiä eroja. Miten opiskelijat suhtautuvat sähköisiin tehtäviin ja kokeisiin ennen MAY1 kurssia ja sen jälkeen. Vaihtuuko pitkän tai lyhyen matematiikan valinta MAY1 kurssin aikana ja kuinka suuri osuus opiskelijoista tekee päätöksen kurssin aikana. Kielentämiseen liittyen tutkittiin opiskelijoiden aikaisempaa tuntemusta kielentämisestä ja kuinka hyvin opiskelijat käyttävät vastauksissaan kielentämisen ratkaisumalleja. Kyselyn avulla selvitettiin myös kokevatko opiskelijat kielentämisen hyödyllisenä ja ymmärtämistä tukevana. Lisäksi tutkittiin miten kielentämistehtävät sopivat sähköisiksi tehtäviksi. Johtopäätökset ja pohdinta osioissa, olen pohtinut asioiden välisiä suhteita ja mahdollisia syitä tuloksiin. Kappaleen lopussa otetaan kantaa tutkimuksen luotettavuuteen sekä ehdotetaan mahdollisia jatkotutkimusmahdollisuuksia.

7.1 Johtopäätökset

7.1.1 Opiskelijoiden matematiikkakuva

Kohderyhmän opiskelijoilla on hyvät lähtökohdat matematiikan opiskeluun ja tämä selittää osaltaan varmasti myös sen, että suurin osa opiskelijoista valitsi pitkän matematiikan. Myös mediassa on tänä vuonna ollut esillä pitkän matematiikan vaikutus yliopistoon pääsemiseen. Pitkän matematiikan suosion kasvaminen tänä vuonna saattaa osaksi johtua myös näistä uutisista.

Tulosten mukaan sekä ensimmäiseen että toiseen kyselyyn vastanneet opiskelijat ovat yhtä mieltä siitä, että menestyminen on heistä itsestään kiinni. Sen sijaan toiseen kyselyyn vastanneet opiskelijat eivät pelkää yhtä paljon sitä, oppivatko he käyttämään sähköisiä välineitä matematiikan opiskelussa, kuin käyttivät aktiivisesti TI-Nspire CAS laskinta ja 4f Vihkoa. Joten tulos on ymmärrettävä ja kertoo myös siitä, että sähköisiä apuvälineitä oppii käyttämään harjoittelemalla. Kurssin jälkeen toiseen kyselyyn vastanneista opiskelijoista suurin osa näki sähköiset tehtävät ja kokeet hyvänä juttuna, kun kurssin alussa vain kolmannes vastaajista oli sitä mieltä.

Opiskelijan motivaatioon voi vaikuttaa se, jos opiskelija ei tiedä mihinkä matematiikkaa voi käyttää tai mitä hyötyä siitä on tieteen kehityksen kannalta. Matematiikan luonteelle vastaisesti opiskelijat näkevät säännöt tärkeänä osana matematiikkaa, ja joissain tapauksissa tämä voi olla este matematiikan oppimiselle ja menestymiselle.

Jos opiskelija ei muista tarvittavaa sääntöä, niin hän voi kokea, ettei pysty tehtävää ratkaisemaan. Opiskelijat kuitenkin ymmärtävät, että ratkaisutapoja voi olla useampia. Tutkimuksesta ei kuitenkaan selviä, kokevatko opiskelijat, että ratkaisutapoja eri sääntöjen avulla voi olla useampia, vai voiko matemaattisia ongelmia ratkoa sekä säännöillä että loogisella päättelyllä.

Kielentämistehtävien yhteydessä tuli ilmi sama kyselytutkimustulos, jonka mukaan opiskelijat eivät ole keskimäärin halukkaita käyttämään kovin paljon aikaa matematiikan opiskeluun. Kohderyhmän opiskelijat ovat tutkimuksen mukaan kuitenkin halukkaita opiskelemaan matematiikkaa. Väistämättä herää kysymys, miten opiskelijat haluavat opiskella matematiikkaa, jos aikaa opiskeluun ei olla valmiita käyttämään kovin paljoa. Ovatko he itse tietoisia tästä ristiriidasta. Kuten Pehkosen tutkimuksessa (1996), myös nyt havaittiin, että tytöt olivat hieman halukkaampia käyttämään aikaansa matematiikan opiskeluun kuin pojat. Keskiarvo tytöillä ja pojilla päättötodistuksessa erosi kutenkin vain yhden sadasosan.

Presmegin (2002) mukaan matematiikan luonteeseen liittyvät uskomukset joko luovat tai rajoittavat yhteyksien muodostumista matematiikan ja arkielämän välille. Näin ollen vaikuttaisi siltä, että kohderyhmän opiskelijoiden uskomuksia matematiikkaa kohtaan on syytä tarkastella.

Arvosanakeskeisyys voi olla yksi motivaatioon vaikuttava tekijä. Jos opiskelijan motivaatio opiskella ei ole omaksi hyödyksi, voi uuden asian oppiminen olla hankalaa. Jotta uuden asian oppii helposti, tulee ihmisellä olla aina syy opiskeluun ja vastaus kysymyksiin, miksi ja mitä minä tästä hyödyn. Jos opiskelija tai oppilas kysyy tunnilla opettajalta että "Mihin me tätä tarvitaan?", voi opettaja olla hyvillään, sillä tämä opiskelija todellakin haluaa oppia ja antaa asialle merkityksen omassa elämässään.

Suurin osa opiskelijoista suhtautuu sähköisiin tehtäviin ja kokeisiin myönteisesti, eikä koe sähköisten kokeiden vaikuttavan heidän menestymiseen opiskelussa. Opiskelijoilla on keskimäärin oppimista tukeva matematiikkakuva. Opiskelijan usko siihen, että voi oppia mitä vain, ei korreloinut sähköisiä tehtäviä kohtaan olevan pelon kanssa. Positiivinen suhtautuinen tietokoneiden käyttöön opiskelussa voi johtua myös opettajan positiivisesta suhteutumisesta sähköistyvään opetukseen ja ohjelmistoihin. Vain noin kuudesosa toiseen kyselyyn vastanneista opiskelijoista oli käyttänyt kielentämistehtäviä peruskoulussa. Aikaisempien tutkimusten mukaisesti, matematiikkakuvassa ei havaittu merkittäviä eroja sukupuolten välillä.

Kurssin alussa 62,5% (30 henkilöä) kyselyyn osallistuneista opiskelijoista oli valitsemassa pitkää matematiikka, 14,6% (7 henkilöä) ei osannut sanoa kumman valitsee. Kurssin jälkeen pitkän matematiikan valitsi 70% koko vuosikurssin opiskelijoista, joten noin kolme opiskelijaa heistä, jotka eivät tienneet kurssin alussa kumman valitsevat, valitsi pitkän matematiikan. Pitkän matematiikan suosio on selvästi kasvanut aikaisempiin vuosiin verrattuna. Mediassa on tänä vuonna ollut esillä pitkän matematiikan vaikutus yliopistoon pääsemiseen. Pitkän matematiikan suosion kasvaminen tänä vuonna saattaa osaksi selittyä myös näillä uutisilla.

7.1.2 Sähköiset kielentämistehtävät

Vastausten perusteella tehtävät vaikuttivat liian vaikeilta. Toisaalta syy voi olla ymmärtämättömyyden sijasta myös ajan puutteessa. Osa opiskelijoista oli merkannut tehtävän yrittämiseen kuluneen ajan. Eräs opiskelija, joka ei ollut ymmärtänyt tehtävää, oli käyttänyt tehtävän pohtimiseen 5 minuuttia aikaa. Koska vain osa ilmoitti tehtäviin kuluneen ajan, ei ilmoitetuista ajoista voitu päätellä kuin yksittäisiä havaintoja. Suurin osa opiskelijoista kuitenkin vastasi kyselyssä kielentämistehtävien vievän paljon aikaa. Tutkimustulokset kohderyhmän matematiikkakuvasta tukee vastausten palautusmääriä ja vastauksien laatua. Tehtävästä riippuen palautuksen lähettäneistä opiskelijoista keskimäärin neljännes ilmoitti palautuksessa, että ei osaa tai ymmärrä tehtävää. Viidesosa alkuperäiseen kyselyyn vastanneista opiskelijoista oli sitä mieltä, että ei ole hyvä matematiikassa, näin ollen aikaisempien tutkimustulosten tapaan uskomukset itsestään matematiikan osaajana korreloivat tehtävien ratkaisemiseen (Grigutsch, 1995; Morgan, 2001; Kaasila, Laine & Pehkonen, 2004).

Kohderyhmän opiskelijat ovat omaksuneet TI-Nspiren CAS-laskimen käytön hyvin ja kyselyn perusteella vaikuttaisi, että pelko sähköisiä tehtäviä kohtaan on myös vähentynyt kokemuksen myötä. Vastauksia tarkastellessa huomaa tietokoneella tehtyjen ratkaisujen selkeyden ja paremman tulkittavuuden kuin opiskelijan vihkoon tehdyissä ratkaisuissa (Liite D, käsin tehdyt ratkaisut). On sekä opiskelijan että opettajan etu, kun opiskelijan ajatus on selkeästi luettavissa ja tulkittavissa vastauksesta.

Koska suurin osa kohderyhmän opiskelijoista ratkaisi ensimmäisen tehtävän selittämällä symbolisen laskennan vaiheita, vaikuttaa vahvasti siltä, että yläkoulussa murtolukujen käsite on sisäistetty laskutekniikkana. Ne jotka olivat sisäistäneet tehtävänannon oikein, eivät kyenneet täysin oikeaa tehtävänantoa keksimään. Tämä osoittaa, että murtolukujen käsite ei ole kohderyhmän opiskelijoilla hallussa. Joutsenlahden, Kuljun ja Tuomen (2013) tekemässä tutkimuksessa käy ilmi, että myöskään alakoulun oppilaat eivät käsitä murtolukujen vähennyslakua siinä merkityksessä kuin se on tarkoitettu ymmärrettäväksi. Toisaalta matematiikkakuvaa koskevassa kyselyssä huomattiin, että kohderyhmä ei näe matematiikan yhteyttä arkielämään kovin selkeästi ja näin ollen tehtävänantoa on vaikea keksiä. Tulisiko siis peruskoulussa kiinnittää huomiota entistä enemmän kielentämiseen ja sanallisten tehtävien läpikäymiseen, jotta ymmärrys ja soveltaminen onnistuisi?

Opiskelijat käyttivät ensimmäisen tehtävän ratkaisuissaan eniten standardimallia, joka on luonnollinen seuraus peruskoulun matematiikasta. Viime aikoina mediassa on kuitenkin ollut paljon puhetta käytännöllisyyden tuomisesta matematiikkaan. Yksi yleinen kysymys, jonka opiskelijoilta kuulee, on "Mihin tätä tarvitaan?". Olisiko siis aiheellista ottaa kielentämisen tehtävätyypit osaksi peruskoulun matematiikan opiskelua.

Toinen tehtävä koettiin opettajan mukaan vaikeaksi ja asiaa ei oltu keretty käydä kunnolla läpi. Opiskelijat kuitenkin osasivat ratkaista tehtävän laskimen Solve-toiminnolla. Kukaan opiskelijoista ei kuitenkaan nimennyt jokaista tehtyä virhettä, vaan korjasivat ensimmäisen ja jatkoivat siitä tehtävän loppuun. Tämän tyyppisisissä tehtävissä, tulee tehtävänannosta käydä selkeästi ilmi, että jokainen väärin tehty laskutoimitus tulee oikaista.

Kolmannessa tehtävässä, kahta opiskelijaa lukuun ottamatta, opiskelijat olivat käyttäneet luontevasti luonnollista kieltä ratkaisujen tukena. Yksi opiskelija oli ymmärtänyt tehtävänannon niin, että symbolista laskentaa ei saa käyttää ollenkaan. Hän oli kuitenkin sanallisesti selittänyt tarvittavan laskutoimituksen, joka johtaa oikeaan ratkaisuun. Tehtävien vastuksista oli myös helppo nähdä, miten opiskelija ajattelee ja johtuuko virhe ymmärtämättömyydestä tehtävän termistöön, matematiikkaan vai laskimen toimintoihin. Oikea vastaus oli noin 8,5% ja opiskelijoiden antamat vastauksissa olivat välillä 0 - 2200,5%. Vastausten keskiarvo tarvittavasta noususta oli 297,7%. Uskon että veikkaamalla opiskelijat olisivat päässeet ryhmänä lähempään todelliseen vastaukseen. Tehtävä osoittaa hyvin, että kaikki opiskelijat lukiossa eivät osaa arvioida vastauksen järkevyyttä. Peruskoulussa tulisi systemaattisesti kiinnittää huomiota vastauksen järkevyyteen ja mekaanisen laskemisen painoarvoa tulisi vähentää. Sen sijaan mielestäni sanallisten tehtävien ja ongelmanratkaisun painoarvoa opetuksessa pitäisi lisätä. Ymmärrys on ihmisen ominaisuus, mekaaninen laskeminen koneen. Päiväkirja- ja kertomusmallin käyttö jo peruskoulussa, tukisi lisäksi sanallisten tehtävien ymmärtämistä ja ratkaisemista.

Tehtävää neljä oli ratkaistu kaikista vähiten, tehtävä oli laadittu opiskelijoiden kirjan tietojen ja termistön pohjalta niin, että kirjaa lukemalla olisi tehtävät kyennyt tekemään. Moni kuitenkin ilmoitti, että ei osaa tai ymmärrä tehtävää. Oikeita ratkaisujakin tuli, joten tehtävä ei siinäkään valossa ollut liian vaikea. Jos tehtävien pohtimiseen on käytetty 1-5 minuuttia aikaa, niin voidaan päätellä, että tehtävään ei olla oltu valmiita käyttämään aikaa. Koska kaikki tarvittava tieto oli kirjassa saatavilla, mutta opiskelija ei silti ymmärrä, voi yksi syy olla se, että tietoa ei olla valmiita etsimään.

Viidennessä tehtävässä oikeita ratkaisuja oli eniten. Opiskelijat olivat myös soveltaneet ratkaisuissa erilaisia tapoja, kuten Excel-taulukon hyödyntämistä. Standardimallia käytti tehtävän palauttaneista 23,8% kun ensimmäisen tehtävän kohdalla standardimallia ratkaisussaan käytti 45,8%.

Moni opiskelija kertoo, että ei osaa tai ymmärrä tehtävää. Tämä kertoo mielestäni siitä, että opiskelijalla ei ole tarpeeksi joko tukea tai motivaatiota. Ajan puute liittyy motivaatioon, sillä motivoitunut ihminen löytää ajan motivaation kohteelleen. Olisiko opiskelijoille tarpeellista järjestää tukitoimia koulun puolesta, auttavatko vanhemmat lapsiaan enää lukion tehtävissä, tai osaavatko vanhemmat auttaa. Motivaatioon liittyvät ongelmat puolestaan edellyttävät opiskelijan kanssa keskustelemista.

MAY1 kurssilla on opettajien mukaan paljon asiaa, eikä kaikkia asioita keretä käydä läpi. Kielentämistehtävät olivat opiskelijoiden mielestä keskivertoisesti hankalia ja niihin ei oltu valmiita käyttämään aikaa. On ymmärrettävää, että tehtävät koettiin epämieluisina, jos asiaa ei oltu opittu tai jos aikaa tehtävien tekemiseen ei ollut tarpeeksi. Toisaalta tehtävät sai halutessaan tehdä myös paperille, jolloin ratkaisusta olisi voinut lähettää kuvan.

Kielentäminen koettiin opiskelijoiden kommenttien mukaan vieraana ja tehtävät tuntuivat vaikealta. Vaikka tutkimuksen alussa opiskelijoille kerrottiin, mitä kielentäminen on ja tehtävänannoissa oli tehtäväkohtaisesti selitetty, mistä kielentämistehtävässä on kysymys, osa opiskelijoistaa olisi toivonut, että kielentämistä olisi opetettu vielä tunnillakin. Vain kuudesosa toiseen kyselyyn vastanneista opiskelijoista oli käyttänyt kielentämistä peruskoulussa, vaikka kielentäminen on mainittu opetussuunnitelmassa jo vuodesta 2013 lähtien (Joutsenlahti, 2015).

Vaikka luonnollisen kielen käyttäminen ratkaisuissa koettiin työläänä ja vaikeana, kuitenkin suurin osa opiskelijoista käyttää matematiikassa luonnollista kieltä mielellään ja kokee sen auttavan haastavien käsitteiden ymmärtämisessä. Vastoin kuin aikaisemmissa tutkimuksissa (Joutsenlahti 2013, Linnusmäki 2015), tutkimukseen osallistuneista opiskelijoista vain alle puolet koki, että sanallinen kommentointi ja väliotsikointi helpottavat tehtävän ratkaisua. Vastoin aikaisempia tuloksia, myös perustelujen kirjoittaminen koettiin hankalana.

Tutkimuksen tulosten eroihin vaikuttaa varmasti otosjoukkojen erot, kuten koko, ikä, yksilöt. Koska tehtävät koettiin kyselyn mukaan vaikeiksi (84%) ja palautuksiakin tuli odotettua vähemmän (n.50%), uskon että jos tehtävät olisivat olleet helpompia, niin kielentämiseen oltaisiin suhtauduttu paremmin. Joten yksi syy asennoitumiseen kielentämistehtäviä kohtaan saattaa olla tehtävien vaikeustaso. Motivaatio ja aika, sekä kuinka paljon aikaa asian läpi käymiseen koulussa on käytetty, saattaa vaikuttaa siihen kuinka haastavana opiskelija on tehtävän kokenut. Suurin osa opiskelijoista ei kuitenkaan osannut sanoa olivatko kielentämistehtävät hyödyllisiä. Tarkemmissa kysymyksissä opiskelijoista kuitenkin suurin osa oli sitä mieltä, etteivät kielentämistehtävät olleet parantaneet heidän oppimistuloksia kurssilla. On mahdollista, että opiskelijat kuitenkin kokevat oppineensa jotain uutta tehdessään kielentämistehtäviä, ja uskovat niiden hyödyttävän myöhemmissä opinnoissa tai ylioppilaskirjoituksissa.

Tutkimus tukee aikaisempia tuloksia myös siitä, että kielentämistehtävät koetaan enemmän aikaa vievinä tehtävinä. Kohderyhmän opiskelijat kokivat kielentämisen ratkaisumallien tukevan ymmärtämistä ja vaikeiden käsitteiden hahmottamista. Kielentämistehtävät soveltuvat sähköisiksi tehtäviksi erinomaisesti. Esimerkiksi TI-Nspiren CAS- laskimen toimintojen avulla eri kielten välillä liikkuminen on helppoa ja selkeää. Opiskelijat käyttivät eri ratkaisumalleja vastuksissaan luontevasti ja tehtävän luonteelle odotetusti.

7.2 Tutkimuksen eettiset näkökulmat

Hyvän etiikan mukainen tutkimus perustuu aina vapaaehtoisuuteen, läpinäkyvyyteen ja luottamukselle. Tässä tutkimuksessa olleet kyselyt olivat kotitehtävinä ja kielentämistehtävät pakollisina kurssitehtävinä. Tapasin tutkimukseen osallistuvat opiskelijat kurssin alussa ja ensimmäiseen kyselyyn vastasivatkin kaikki opiskelijat. Toiseen kyselyyn ja kielentämistehtäviin vastuksia ei tullut jokaiselta, joten opiskelijoille oli joko epäselvää se, ovatko tehtävät pakollisia vai eivät, tai sitten tehtävien pakollisuus muuttui kurssin aikana. Tutkimus toteutettiin suljetussa ympäristössä. Kyselyissä ei tarvinnut antaa henkilötietoja ja vastaamalla kyselyyn he antoivat luvan käyttää vastauksiaan ja kommenttejaan tutkimuksessa. Kielentämistehtävät palautettiin nimellä, mutta tehtävien antamisen yhteydessä korostettiin, että tietoja ei tulla käyttämään missään. Opiskelijoille myös kerrottiin, että halutessaan he voivat kieltää minua julkaisemasta ratkaisuaan tutkimuksessani. Tutkimukseen osallistuvilla opiskelijoilla oli mahdollisuus olla yhteydessä tutkijaan sähköpostitse koko tutkimusjakson ajan.

7.3 Tutkimuksen luotettavuuden arviointia

Tutkimusta tehdessäni olen ollut rehellinen ja huolellinen, kunnioittanut aikaisempia tutkimustöitä ja tutkijoita viittaamalla asianmukaisesti heidän tutkimuksiinsa. Otosjoukko oli pieni, joten tutkimuksen tulokset antavat tietoa vain tästä otosjoukosta. Alun perin kyselyiden ja tehtävien tuli olla osa kurssin suorittamista, laadin tutkimuksen rakenteen sen mukaisesti, että saan vastauksia 48 opiskelijalta joka tutkimuksen osa-alueessa. Koska tutkimukseen osallistuvien opiskelijoiden määrä ei ollut vakio, ei tuloksia esimerkiksi asenteista sähköisiä tehtäviä kohtaan voitu luotettavasti verrata suoraan toisiinsa, sillä emme voi tietää ketkä otosjoukosta edustavat mitäkin aikaisempaa valintaa.

Tutkimus on toteutettu johdonmukaisesti ja saadut tulokset esitelty sellaisenaan ja siinä otosjoukossa kuin ne on saatu. Tutkimusprosessi on kuvattu reflektiivisesti ja vaiheittain. Olen toteuttanut tutkimuksen avoimesti julkaisemalla kaikki tutkimustulokset tutkimuksen yhteydessä liitteenä. Näin lukija voi itse arvioida tutkimuksen luotettavuutta.

Tutkimuksen reliabiliteettia pyrittiin kasvattamaan hyödyntämällä kyselyssä samoja kysymyksiä kuin aiemmissa kielentämistä ja matematiikkakuvaa koskevissa tutkimuksissa. Tulokset olivat monelta osin saman suuntaisia kuin aiemmissa tutkimuksissa.

7.4 Pohdinta ja jatkotutkimusmahdollisuudet

Tutkimusta tehdessäni olen tutustunut perinpohjaisesti Texas Instrumentsin CAS -ohjelmistoon ja olen vakuuttunut sen ominaisuuksista ja soveltuvuudesta ylioppilaskirjoituksiin. Setälän innokkuus ja reipas ote laskimen käyttöön kurssin aikana sekä 4f Vihon suosiminen, ovat innostaneet myös minua ottamaan nämä välineet osaksi opetusta heti lukion ensimmäiseltä kurssilta lähtien. Opetusharjoittelussa ja sijaisuuksia tehdessäni olen huomannut, että oppilaat tarvitsevat tukea ja kannustusta ohjelmistojen käyttöön. Olisi mielenkiintoista jatkaa tutkimusta siitä, mitä ohjelmistoja eri lukioissa opiskelijoille opetetaan ja kuinka paljon he niitä käyttävät, sekä missä vaiheessa opintoja ohjelmistot otetaan käyttöön. Näitä tuloksia voisi verrata opiskelijoiden menestymiseen sähköisissä ylioppilaskirjoituksissa vuonna 2019. Lisäksi voisi olla aiheellista verrata tuloksia opiskelijoiden tapaan tehdä tehtäviä ja muistiinpanoja, tehdäänkö ne sähköisesti vai kynällä.

Kielentämisen myötä olen myös kiinnittänyt huomiota tehtäviin, joita olen opiskelijoille antanut. On ollut ilo huomata, että yläkoulussa osa opettajista käytti kielentämistä ja myös osa harjoittelijoista innostui kielentämisestä. Luonnollisen kielen käyttäminen ja omin sanoin selitys ei kuitenkaan ole oppilaille vielä helppoa, mutta uskon että avun ja tuen kanssa kielentämisen ratkaisumallit voitaisiin saada käyttöön jo peruskoulussakin. Viimeistään lukiossa kielentäminen tulee ajankohtaiseksi, sillä sähköisessä ylioppilaskokeessa ei voida nojata pelkkään symboliseen laskentaan ja laskimen käyttötaitoon. Kielentämiseen liittyen olisi mielenkiintoista jatkaa tutkimusta tarkemmin, kuinka suurelle osalle peruskoulun opettajista kielentäminen on tuttu käsite ja kuinka suuri osa käyttää opetuksessa kielentämistehtäviä tai vaatii oppilailta tehtäviin myös sanallisia perusteluja. Kielentämisen mahdollista hyötyä voisi arvioida valtakunnallisella kokeella, mikäli tutkimus toteutettaisiin yhdeksännen luokan opettajilla ja heidän oppilailla.

Kokemukseni mukaan niin yläkoulussa kuin lukiossakin on opiskelijoita, joilla negatiiviset uskomukset matematiikasta ja itsestä heijastuvat suoraan tuntityöskentelyyn ja arvosanoihin. Olen saanut kokea suurta lämpöä sydämessäni huomatessani, kuinka keskustelut ja uskomuksien esille tuominen näille oppilaille, on aloittanut heissä muutosprosessin. Jo se, että opettaja uskoo oppilaan kykyihin ja tuo esille oppilaan itselleen asettamat lukot ja esteet oppimiselle, auttaa uuden uskomuksen muodostumisessa. Prosessi on pitkä, ja tähän opiskelija tarvitsee jälleen positiivista esikuvaa ja tukea. Olen tämän työn innoittamana pohtinut uskomuksien vaikutusta ajatuksiin ja tunteisiin muissakin elämän osa-alueissa. Olen tullut siihen tulokseen, että omat uskomukseni luovat todellisuuteni. Kun olen tietoinen ajatuksiani synnyttävistä uskomuksistani, ymmärrän todellisuutta, jossa tällä hetkellä elän. Muuttamalla uskomuksiani, muutankin itseasiassa sitä todellisuutta, jossa elän. Joten kaikki on mahdollista, kun uskon vain siihen mitä haluan elämässäni saavuttaa.

Lähteet

[1] Abelson, R. (1986) *Beliefs are like possessions.* Journal for the Theory of Social Behaviour. s.223–250

[2] Allport, G. W. (1954) *The historical background of modern social psychology.* Teoksessa G. Lindzey (toim.), Handbook of social psychology. Cambridge, MA: Addison- Wesley.

[3] Creswell, J. W Plano Clark, V. L. (2011) Designing and Conducting mixed methods research. SAGE.

[4] Ernest, P. (1989) *The knowledge, beliefs, and attitudes of the mathematics teacher: A model.* Journal of Education for Teaching. s. 13-33.

[5] Four Ferries, *4FVihko*, URL: https://fourferries.com/fi/uusi-koti/ [Luettu 20.11.2017]

[6] Furinghetti F. & Pehkonen, E. (2002) *Rethinking charactererizations of Beliefs.* Teoksessa G. C.Leder, E. Pehkonen & G. Törner (toim.). Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?. s.39-58. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.

[7] Grigutsch, S. (1995) *On pupils' self-concepts as learners of mathematics: Developments, reciprocal effects and factors of influence in the estimation of pleasure, diligence and achievements.* Julkaisussa Current state of research on mathematical beliefs, s.23-28.

[8] Hannula, M. (1998) *Changes of beliefs and attitudes.* Teoksessa E. Pehkonen ja G. Törner (toim.), The State-of-Art in Mathematics-Related Belief Research; Results of the MAVI Activities. Research Report 184. Helsingin yliopisto, s.198–222.

[9] Hannula, M. (2001) *Tytöt, pojat ja matematiikka.* Käsikirjoitus. http://tina.tkk.fi/tietopankki/hannula.pdf. [Luettu 25.8.2017]

[10] Hannula, M. (2004) *Affect in Mathematical Thinking and Learning.* Turku, Turun yliopisto.

[11] Hersh, R. (1997) *Math Lingo vs. Plain English: Double Entendre.* The American Math-ematical Monthly, Vol. 104, No. 1, s. 48-51.

[12] Hietakymi, E. (2013) *Katsaus eurooppalaisiin sähköisiin koejärjestelmiin ja matematii- kan ylioppilaskokeisiin.* Digabi-projekti. Ylioppilastutkintolautakunta. s. 19. URL:https://www.ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Raportit_tutkimukset/digabi_tyoraportti_2013_10.pdf [Luettu 1.6. 2017]

[13] Hietakymi, E. (2014) *Matematiikan sähköinen ylioppilaskoe ja GeoGebra sen työvälineenä.* Pro gradu -tutkielma. Helsinki.

[14] Joutsenlahti, J. (2005) *Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä - 1990-luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä.* Väitöskirja. Tampere.

[15] Joutsenlahti, J. (2009) *Matematiikan kielentäminen kirjallisessa työskentelyssä.* Teoksessa R. Kaasila (toim.) Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Rovaniemellä 7.–8.11.2008. Rovaniemi, Lapin yliopisto. Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä raportteja 9. s. 71–86.

[16] Joutsenlahti J. & Kulju P. (2010) *Kieliteoreettinen lähestymistapa koulumatematiikan sanallisiin tehtäviin ja niiden kielennettyihin ratkaisuihin.* Teoksessa E. Ropo, H. Silfverberg T. Soini (toim.) Toisensa kohtaavat ainedidaktiikat. Ainedidaktiikan symposiumi Tampereella 13.2.2009. Tampere: Tampereen yliopisto, 77-89.

[17] Joutsenlahti, J. (2010) *Matematiikan kirjallinen kielentäminen lukiomatematiikassa. Teoksessa Asikainen, M., Hirvonen, P. ja Sormunen, K. (toim.) Ajankohtaista matemaattisten aineiden opetuksen ja oppimisen tutkimuksessa.* Matematiikan ja luonnontie-teiden opetuksen tutkimuspäivät Joensuussa 22.-23.10.2009. Sivut 3-15.

[18] Joutsenlahti, J., Kulju, P. & Tuomi, M. (2013) *Matemaattisen lausekkeen kontekstualisointi sanalliseksi tehtäväksi ja tarinaksi. Opetuskokeilu kirjoittamisen hyödyntämisestä matematiikan opiskelussa.* Julkaisussa L. Tainio, K. Juuti & S. Routarinne (toim.). Ainedidaktinen tutkimus koulutuspoliittisen päätöksenteon perusteena. Helsinki. s.107-122.

[19] Joutsenlahti, J. & Rättyä, K. (2015) *Kielentämisen käsite ainedidaktisissa tutkimuksissa.* Julkaisussa M. Kauppinen, M. Rautiainen & M. Tarnanen (toim.). Rajaton tulevaisuus - Kohti kokonaisvaltaista oppimista. Jyväskylä. s. 45-62 URL:https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/153212/Rajatontulevaisuus8.pdf?sequence=1

[20] Kaasila, R., Laine, A. & Pehkonen, E. (2004) *Luokanopettajiksi opiskelevien matematiikkakuva ja sen muuttuminen.* Teoksessa P. Räsänen, P.Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.). Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.

[21] Kairema A. (2015), *TYÖPAJAT Geometriaa ja funktioita GeoGebralla sekä 3D-geometriaa GeoGebralla*, MAOL-kevätpäivät 18.4.2015 Helsingissä. URL: https://peda.net/yhdistykset/maolhelsinginkerhory/mk2/bbbbb/ltm/m5:file/download/6f58873613 [Luettu 20.11.2017]

[22] Kloosterman P. (2002) *Beliefs about Mathematics and Mathematics Learning in the Secondary School: Measurement and Implications for Motivation.* Teoksessa G. C.Leder, E. Pehkonen & G. Törner (toim.). Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?. s.247-270. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.

[23] Komulainen, K. (2015) *yhdeksäsluokkalaisten matematiikkakuva.* Pro gradu -tutkielma. Itä-Suomen yliopisto, Fysiikan ja matematiikan laitos.

[24] Kupari, P., Vettenranta, J. & Nissinen, K. (2012) *Oppijalähtöistä pedagogiikkaa etsimään. Kahdeksannen luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen.* Kansainvälinen TIMSS-tutkimus Suomessa. Jyväskylän yliopisto, Koulutuksen tutkimuslaitos.

[25] Leder, G. C., Pehkonen, E. & Törner, G. (2002) *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?*. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.

[26] Linnusmäki, J. (2015) *Matematiikan perusopintojen kehittäminen matematiikan kielentämisen avulla.* Diplomityö. Tampere, Tampereen teknillinen yliopisto.

[27] LOPS (2015) *Lukion opetussuunnitelmien perusteet 2015.* Verkkodokumentti, Opetushallitus. Helsinki. s. 129 http://www.oph.fi/download/172124_lukion_opetussuunnitelman_perusteet_2015.pdf [Luettu 10.8.2017]

[28] Malmivuori, M. L. (2001) *The dynamics of affect, cognition, and social environment in the regulation of personal learning processes: The case of mathematics.* University of Helsinki, Department of Education. Research Report 172.

[29] Morgan, C. (2001) *The place of pupil writing in learning, teaching and assessing mathematics.* Teoksessa P. Gates (toim.), Issues in mathematics teaching. Lontoo. s. 232 - 244.

[30] Niiniluoto, I. (1997) *Johdatus tieteenfilosofiaan: käsitteen ja teorianmuodostus.* Helsinki: Otava.

[31] OPS (2014) *Perusopetuksen opetussuunnitelmien perusteet 2014.* Verkkodokumentti, Opetushallitus. Helsinki. http://www.oph.fi/download/163777_perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf [Luettu 10.8.2017]

[32] Pehkonen, E. (1994) *On teachers' beliefs and changing mathematics teaching.* Journal für Mathematik-Didaktik, Volume 15, issue 3-4, s.177–209.

[33] Pehkonen E. (1995) *Pupils' view of mathematics: initial report for an international comparison project.* Tutkimusraportti 152. Helsinki, kasvatustieteiden tiedekunta.

[34] Pehkonen, E. (2001) *A Hidden Regulating Factor in Mathematics Classrooms: Mathematics Related Beliefs.*Teoksessa M. Ahtee, O. Björkqvist, E. Pehkonen & V. Vatanen (toim.). Research on Mathematics and Science Education. Jyväskylä, Jyväskylän yliopisto.

[35] Pietilä, A. (2002) *Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva: matematiikkakokemukset matematiikkakuvan muodostajina.* Väitöskirja. Helsinki.

[36] Pimm, D. (1987) *Speaking mathematically: communication in mathematics classrooms.* Lontoo: Routledge Kegan Paul.

[37] Presmeg, N. (2002) *Beliefs about the Nature of Mathematics in the Bridging of Everyday and School Mathematical Practices.* Teoksessa G. C.Leder, E. Pehkonen & G. Törner (toim.). Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?. s.293-312. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers

[38] Rokeach, M. (1970) *Believes, attitudes and values.* San Francisco.

[39] Ruohonen, K. (2008) *Formaalit kielet.* Opetusmoniste. Turun yliopisto. http://math.tut.fi/~ruohonen/FK.pdf [Luettu 22.8.2017]

[40] Saarivirta, H. (2008) *Lukion ensimmäisen vuosikurssin pitkän matematiikan opiskelijoiden matematiikkakuva.* Pro gradu -tutkielma. Tampere, Tampereen yliopisto.

[41] Sarikka, H. (2014) *Kielentäminen matematiikan opetuksen ja oppimisen tukena.* Diplomityö. Tampereen teknillinen yliopisto.

[42] Schoenfeld, A. H. (1985) *Mathematical problem solving.* Orlando (FL): Academic Press.

[43] Setälä, M. (2016) *MAY1 ja Abitti.* Tapaustutkimus. Lempäälä. https://drive.google.com/file/d/0BzhSJW_R9yppX1NiRXVrcktuWXM/view [Luettu 1.6.2017]

[44] Sigel, I. E. (1985) *A conceptual analysis of beliefs.* Teoksessa I. E. Sigel (toim.), Parental belief systems: The psychological consequences for children, s. 345-371. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

[45] Texas Instruments, Opetusohjelmisto - TI-Nspire^{TM} CX Opiskelijan ohjelmisto. URL: https://education.ti.com/fi/products/computer-software/ti-nspire-cas-student-sw [Luettu 20.11.2017]

[46] Trujillo, K. & Hadfield, O. (1999) *Tracing the roots of mathematics anxiety through in-depth interviews with preservice elementary teachers.* College Student Journal, 33(2), s.219-233.

[47] Vygotski, L. (1982) *Ajattelu ja kieli.* Espoo: Weilin Göös.

[48] Väisänen, V. & Silkelä R. (2000) *Uskomukset opettajaksi opiskelevien ammatillisessa kehityksessä.* Teoksessa J. Enkenberg, P. Väisänen, E. Savolainen. Opettajatiedon kipinöitä : kirjoituksia pedagogiikasta. s. 132–153. Joensuun yliopisto, Savonlinnan opettajankoulutuslaitos.

[49] Wolfe, J., Murray, C. & Phillips, D. (1992) *Preconceptions of practice. Identifying preservice teacher's initial stances on teaching.* Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association. San Francisco.

A Kysely 1

Minä matematiikan opiskelijana

Sivu 1

Hei MAY1 kurssin opiskelija!

Teen Tampereen yliopistolla pro gradu -tutkielmaa koskien oppilaiden matematiikkakuvaa ja sähköisiä matematiikan tehtäviä. Tutkimuksen tavoitteena on kehittää oppimista ja opettamista. Onnea, sinut on valittu mukaan tutkimukseen!

Tässä kyselyssä kartoitetaan matematiikkakuvaasi ennen kurssia. Kyselyssä on kaksi sivua ja kyselyyn vastaaminen vie noin 10-15min. Tärkeintä on että olet rehellinen, henkilötietojasi ei tarvita.

Kiitos yhteistyöstä!

Silja Nieminen
Nieminen.Silja.H@student.uta.fi
044-0426170

Olen *

☐ Tyttö

☐ Poika

Matematiikan arvosanani yläkoulun päättötodistuksessa on *

Mielestäni arvosanani yläkoulun päättötodistuksessa olisi kuulunut olla *

Vastaa seuraaviin väittämiin tämän hetken ajatuksiesi mukaan

	täysin eri mieltä	jokseenkin eri mieltä	en osaa sanoa	jokseenkin samaa mieltä	täysin samaa mieltä
Minua pelottaa miten selviän lukion matematiikasta.	☐	☐	☐	☐	☐
Minua pelottaa miten opin käyttämään tietokoneita matematiikan opiskelussa.	☐	☐	☐	☐	☐
Minusta matematiikan sähköiset tehtävät ja kokeet ovat hyvä juttu.	☐	☐	☐	☐	☐
Sähköiset tehtävät ja kokeet voivat vaikuttaa menestymiseeni matematiikassa.	☐	☐	☐	☐	☐
Olen mielestäni hyvä matematiikassa.	☐	☐	☐	☐	☐
Uskon että voin oppia ihan mitä vain.	☐	☐	☐	☐	☐
Uskon että menestyminen matematiikassa on itsestäni kiinni.	☐	☐	☐	☐	☐
Matemaattisuus kulkee geeneissäni.	☐	☐	☐	☐	☐

MAY1 kurssin jälkeen otan luultavasti *

- ☐ Pitkän matematiikan
- ☐ Lyhyen matematiikan
- ☐ En osaa vielä sanoa

Sivu 2

Ota kantaa seuraaviin väittämiin.

Oikeita tai vääriä vastauksia ei ole olemassa, vastaa niin kuin itse asian koet ja ajattelet.

Jokseenkin samaa

V1 Matematiikka muuttuu nopeasti lähitulevaisuudessa.
V2 Matematiikka on hyvä ala luovalle ihmiselle.
V3 Matemaattisten ongelmien ratkaisussa on vain vähän tilaa omaperäisille ajatuksille.
V4 Matematiikan alalla tehdään uusia oivalluksia jatkuvasti.
V5 Matematiikka auttaa ajattelemaan tiettyjen täsmällisten sääntöjen mukaan.
V6 Kyky arvioida on tärkeä matemaattinen taito.
V7 Useimmille matemaattisille tehtäville on olemassa erilaisia ratkaisutapoja.
V8 Matematiikan oppiminen on suurimmaksi osaksi ulkoa oppimista.
V9 Matemaattisia ongelmia voidaan ratkaista käyttämättä sääntöjä.
V10 Yritystä ja erehdystä voidaan käyttää matematiikan tehtävien ratkaisemisessa.
V11 Matematiikassa on aina olemassa sääntö, jota voidaan soveltaa tehtävän ratkaisemisessa.
V12 Matematiikassa ei ole tehty uusia oivalluksia pitkään aikaan.
V13 Matematiikka on joukko sääntöjä.
V14 Matemaattinen ongelma voidaan ratkaista aina eri tavoilla.
V15 Matematiikka auttaa ajattelemaan loogisesti.
V16 Haluan todella menestyä matematiikassa.
V17 Toivon saavani opiskella enemmän matematiikkaa.
V18 Minusta tuntuu hyvältä, kun itse ratkaisen matematiikan tehtävän.
V19 Ymmärrän yleensä sen, mitä matematiikan tunneilla käsitellään.
V20 Minä en ole kovin hyvä matematiikassa.
V21 Haluan auttaa muita matematiikan tehtävissä.
V22 Jos saisin valita, en enää opiskelisi matematiikkaa.
V23 Vaikea matematiikan tehtävä tuntuu minusta mieluisalta haasteelta.
V24 En halua käyttää kovin paljon aikaani matematiikan opiskelemiseen.
V25 Matematiikka on minulle vaikeampaa kuin useimmille muille.
V26 Vaikka kuinka yrittäisin en siitä huolimatta menesty matematiikassa.
V27 Olen valmis työskentelemään pitkänkin aikaa ymmärtääkseni uuden asian matematiikassa.
V28 Miehistä tulee parempia tiedemiehiä ja insinöörejä kuin naisista.
V29 Pojilla on enemmän luontaisia lahjoja matematiikkaan kuin tytöillä.
V30 Pojat tarvitsevat enemmän matematiikkaa kuin tytöt.
V31 Naiselle ammattiura on yhtä tärkeä kuin miehelle.
V32 Tytöt menestyvät matematiikassa heikommin kuin pojat.
V33 Pojat ovat kiinnostuneempia matemaattisista ongelmista kuin tytöt.
V34 On tärkeä osata matematiikkaa, jotta saisi hyvän työpaikan.
V35 Useimmat ihmiset eivät käytä matematiikkaa työssään.
V36 Haluaisin työskennellä ammatissa, jossa saan käyttää matematiikkaa.
V37 Matematiikasta on hyötyä jokapäiväisien ongelmien ratkaisemisessa.
V38 Voin tulla hyvin toimeen jokapäiväisessä elämässä käyttämättä matematiikkaa.
V39 Suurin osa matematiikasta on käyttökelpoista työelämässä.
V40 Matematiikkaa ei tarvita jokapäiväisessä elämässä.
V41 Useimmissa ammateissa matematiikan tiedot eivät ole välttämättömiä.
V42 Opiskelen matematiikkaa saadakseni hyvän arvosanan.
V43 Jokainen pystyy oppimaan matematiikkaa, jos opetusmenetelmiin kiinnitettäisiin riittävästi huomiota.
V44 Opetuksessa pitäisi kiinnittää entistä enemmän huomiota käytännön sovelluksiin.
V45 Matematiikan opetusta pitäisi lisätä.
V46 Matematiikka on vaikein minun oppiaineistani.
V47 Kiva kun nämä väitteet loppuivat.

B Kyselyn 1 tulokset

4. Vastaa seuraaviin väittämiin tämän hetken ajatuksiesi mukaan

Osallistujamäärä: 48

	täysin eri mieltä		jokseenkin eri mieltä		en osaa sanoa		jokseenkin samaa mieltä		täysin samaa mieltä	
	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ	%
Minua pelottaa miten selviän lukion matematiikasta.	7x	14,58	8x	16,67	6x	12,50	22x	45,83	5x	10,42
Minua pelottaa miten opin käyttämään tietokoneita matematiikan opiskelussa.	11x	22,92	9x	18,75	8x	16,67	15x	31,25	6x	12,50
Minusta matematiikan sähköiset tehtävät ja kokeet ovat hyvä juttu.	3x	6,25	15x	31,25	15x	31,25	14x	29,17	2x	4,17
Sähköiset tehtävät ja kokeet voivat vaikuttaa menestymiseeni matematiikassa.	3x	6,25	4x	8,33	24x	50,00	17x	35,42	1x	2,08
Olen mielestäni hyvä matematiikassa.	6x	12,50	4x	8,33	5x	10,42	28x	58,33	6x	12,50
Uskon että voin oppia ihan mitä vain.	4x	8,33	4x	8,33	11x	22,92	21x	43,75	8x	16,67
Uskon että menestyminen matematiikassa on itsestäni kiinni.	1x	2,08	3x	6,25	4x	8,33	21x	43,75	20x	41,67
Matemaattisuus kulkee geeneissäni.	9x	18,75	14x	29,17	12x	25,00	12x	25,00	4x	8,33

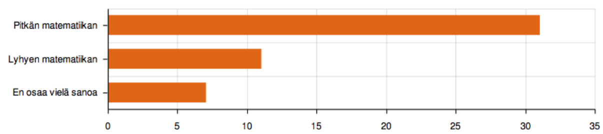
5. MAY1 kurssin jälkeen otan luultavasti *

Osallistujamäärä: 48

31 (64.6%): Pitkän matematiikan

11 (22.9%): Lyhyen matematiikan

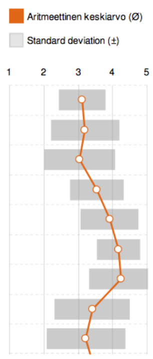
7 (14.6%): En osaa vielä sanoa



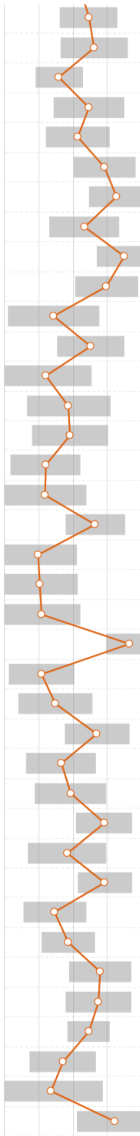
6. Ota kantaa seuraaviin väittämiin.

Osallistujamäärä: 46

	Täysin eri mieltä (1)		Jokseenkin eri mieltä (2)		En osaa sanoa (3)		Jokseenkin samaa mieltä (4)		Täysin samaa mieltä (5)			
	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Ø	±
1. Matematiikka muuttuu...	1x	2,17	5x	10,87	28x	60,87	12x	26,09	-	-	3,11	0,67
2. Matematiikka on hyvä ...	2x	4,35	10x	21,74	14x	30,43	17x	36,96	3x	6,52	3,20	1,00
3. Matemaattisten ongel...	2x	4,35	14x	30,43	13x	28,26	14x	30,43	3x	6,52	3,04	1,03
4. Matematiikan alalla te...	-	-	4x	8,70	17x	36,96	21x	45,65	4x	8,70	3,54	0,78
5. Matematiikka auttaa a...	1x	2,22	1x	2,22	9x	20,00	24x	53,33	10x	22,22	3,91	0,85
6. Kyky arvioida on tärke...	-	-	-	-	6x	13,04	26x	56,52	14x	30,43	4,17	0,64
7. Useimmille matemaat...	1x	2,17	1x	2,17	6x	13,04	16x	34,78	22x	47,83	4,24	0,92
8. Matematiikan oppimin...	2x	4,35	10x	21,74	6x	13,04	23x	50,00	5x	10,87	3,41	1,09



9. Matemaattisia ongelm	3x	6,52	9x	19,57	17x	36,96	9x	19,57	8x	17,39	3,22	1,15
10. Yritystä ja erehdystä..	1x	2,17	2x	4,35	23x	50,00	15x	32,61	5x	10,87	3,46	0,84
11. Matematiikassa on ai...	2x	4,44	3x	6,67	12x	26,67	21x	46,67	7x	15,56	3,62	0,98
12. Matematiikassa ei ol...	4x	8,70	12x	26,09	29x	63,04	1x	2,17	-	-	2,59	0,69
13. Matematiikka on jouk..	3x	6,52	5x	10,87	10x	21,74	24x	52,17	4x	8,70	3,46	1,03
14. Matemaattinen onge...	1x	2,17	11x	23,91	18x	39,13	13x	28,26	3x	6,52	3,13	0,93
15. Matematiikka auttaa ...	1x	2,17	2x	4,35	9x	19,57	22x	47,83	12x	26,09	3,91	0,91
16. Haluan todella mene...	-	-	1x	2,17	7x	15,22	17x	36,96	21x	45,65	4,26	0,80
17. Toivon saavani opisk...	2x	4,35	7x	15,22	16x	34,78	16x	34,78	5x	10,87	3,33	1,01
18. Minusta tuntuu hyvält...	-	-	2x	4,35	3x	6,52	11x	23,91	30x	65,22	4,50	0,81
19. Ymmärrän yleensä se..	1x	2,22	3x	6,67	4x	8,89	25x	55,56	12x	26,67	3,98	0,92
20. Minä en ole kovin hyv..	12x	26,09	18x	39,13	6x	13,04	4x	8,70	6x	13,04	2,43	1,33
21. Haluan auttaa muita ...	1x	2,17	5x	10,87	17x	36,96	15x	32,61	8x	17,39	3,52	0,98
22. Jos saisin valita, en e..	19x	41,30	11x	23,91	9x	19,57	2x	4,35	5x	10,87	2,20	1,33
23. Vaikea matematiikan...	9x	19,57	8x	17,39	11x	23,91	16x	34,78	2x	4,35	2,87	1,22
24. En halua käyttää kov...	3x	6,52	17x	36,96	11x	23,91	11x	23,91	4x	8,70	2,91	1,11
25. Matematiikka on min...	12x	26,09	20x	43,48	8x	17,39	5x	10,87	1x	2,17	2,20	1,02
26. Vaikka kuinka yrittäis..	17x	36,96	15x	32,61	6x	13,04	5x	10,87	3x	6,52	2,17	1,23
27. Olen valmis työskent...	-	-	5x	10,87	13x	28,26	21x	45,65	7x	15,22	3,65	0,87
28. Miehistä tulee parem...	22x	47,83	8x	17,39	13x	28,26	1x	2,17	2x	4,35	1,98	1,13
29. Pojilla on enemmän ...	19x	42,22	10x	22,22	12x	26,67	3x	6,67	1x	2,22	2,04	1,09
30. Pojat tarvitsevat ene..	22x	47,83	4x	8,70	16x	34,78	3x	6,52	1x	2,17	2,07	1,14
31. Naiselle ammattiura ...	-	-	-	-	5x	10,87	6x	13,04	35x	76,09	4,65	0,67
32. Tytöt menestyvät ma..	17x	36,96	10x	21,74	17x	36,96	2x	4,35	-	-	2,09	0,96
33. Pojat ovat kiinnostun...	11x	23,91	10x	21,74	19x	41,30	4x	8,70	2x	4,35	2,48	1,09
34. On tärkeä osata mat...	1x	2,17	4x	8,70	11x	23,91	22x	47,83	8x	17,39	3,70	0,94
35. Useimmat ihmiset eiv..	7x	15,22	12x	26,09	18x	39,13	8x	17,39	1x	2,17	2,65	1,02
36. Haluaisin työskennell...	6x	13,04	6x	13,04	21x	45,65	11x	23,91	2x	4,35	2,93	1,04
37. Matematiikasta on hy...	-	-	4x	8,70	5x	10,87	28x	60,87	9x	19,57	3,91	0,81
38. Voin tulla hyvin toime..	4x	8,70	18x	39,13	10x	21,74	10x	21,74	4x	8,70	2,83	1,14
39. Suurin osa matemati...	-	-	3x	6,52	7x	15,22	26x	56,52	10x	21,74	3,93	0,80
40. Matematiikkaa ei tar...	5x	11,11	22x	48,89	10x	22,22	8x	17,78	-	-	2,47	0,92
41. Useimmissa ammate...	1x	2,17	14x	30,43	21x	45,65	10x	21,74	-	-	2,87	0,78
42. Opiskelen matematii...	-	-	5x	10,87	9x	19,57	22x	47,83	10x	21,74	3,80	0,91
43. Jokainen pystyy oppi...	1x	2,17	3x	6,52	13x	28,26	19x	41,30	10x	21,74	3,74	0,95
44. Opetuksessa pitäisi ...	-	-	-	-	28x	60,87	15x	32,61	3x	6,52	3,46	0,62
45. Matematiikan opetus...	5x	10,87	14x	30,43	18x	39,13	8x	17,39	1x	2,17	2,70	0,96
46. Matematiikka on vaik..	20x	43,48	9x	19,57	6x	13,04	3x	6,52	8x	17,39	2,35	1,52
47. Kiva kun nämä väitte...	2x	4,35	2x	4,35	6x	13,04	10x	21,74	26x	56,52	4,22	1,11



C Kielentämistehtävät

Kielentämistehtäviä

Silja Nieminen

Elokuu 2017

Kielentämistehtävien tarkoituksena on tehostaa omaa oppimista ja ymmärtämistä. Myös matematiikassa asioiden perusteleminen ja selvittäminen on tärkeää. Pelkän matemaattisen symbolikielen avulla ratkaisujen esittäminen ja perusteleminen muille on monesti hankalaa ja huolimattomuusvirheet voivat saada suuremman painoarvon, sillä ratkaisua ei ole muuten perusteltu. Lisäksi jos kirjoitat ratkaisuja pelkällä symbolikielellä, omien virheiden huomaaminen hankaloituu, ja oleellisia asioita saattaa jäädä huomioimatta. Ratkaisua on siis syytä perustella ja selittää sen edetessä. Tee jokainen tehtävä niin kuin perustelisit asiaa ystävällesi tai itsellesi. Kerro miten asiat lasketaan ja miksi. Kielentämistehtävissä laskun eri vaiheita perustellaan laskutoimitusten välissä, sivussa tai ennen laskuosuutta. Voit sijoittaa perustelut mihin kohtaan vastausta sinusta luontevimmalle tuntuu. Perusteleminen auttaa sinua myös esimerkiksi kokeeseen valmistautuessa, sillä perusteltuihin tehtäviin on helppo palata uudestaan. Ylioppilaskokeissa täydellinen matematiikan vastaus edellyttää luonnollisella kielellä annettuja perusteluja. Joten nyt on korkea aika alkaa harjoitella!

Tässä on kurssin aikana laskettavat kielentämistehtävät, joita on yksi kirjan jokaisesta luvusta. Voit laskea kaikki tehtävät heti tai palauttaa viimeistään kunkin tehtävän palautuspäivämäärään mennessä, jonka opettaja antaa aina kurssin edetessä. Jokaisesta yrityksestä saat pisteen, ja oikeasta vastauksesta toisen. Toivon että merkkaat myös tehtävän yrittämiseen/tekemiseen käytetyn ajan palauttaessasi tehtävää minulle. Muista, että teet kaiken työn itsellesi ja riittää kun teet parhaasi.

Tehtävien palautus minulle tapahtuu sähköisesti tiedostona tai kuvankaappauksena sähköpostiini: **Nieminen.Silja.H@student.uta.fi**

1 Luku 1 - Ratkaisusta tehtävä

Tässä kielentämistehtävässä saat valmiin laskutoimituksen, ja sinun tehtävänä on laatia sille sanallinen tehtävänanto sekä oikea vastaus tehtävänantoosi.

Tehtävä:
Päättele ja kirjoita tehtävänanto seuraavalle ratkaisuun johtavalle laskutoimitukselle

$$\frac{15}{3} - \frac{1}{5}.$$

1

2 Luku 2 - Virheen etsintä

Virheen etsintä tehtävässä, sinun tulee löytää virhe tai virheet ja korjata ne. Kuvitellaan nyt että olet opettaja ja oppilas palauttaa sinulle seuraavan vastauksen.

Tehtävä: Etsi ja korjaa oppilaan virheet vastauksesta perustellen. Pidä huoli, että oppilas osaa palautteesi jälkeen ratkaista vastaavanlaisen tehtävän. Antamasi tehtävä on ratkaista muuttuja x seuraavasta yhtälöstä:

$$1 + 2 \cdot 3^x = 11.$$

Oppilaan vastaus:

$1+2\cdot 3^x=11$	$2\cdot 3^x+1=11$
$\log_{10}(1+2\cdot 3^x)=\log_{10}(11)$	$\log_{10}(2\cdot 3^x+1)=\log_{10}(11)$
$x\cdot \log_{10}(1+2\cdot 3)=\log_{10}(11)$	$x\cdot \log_{10}(7)=\log_{10}(11)$
$x=\frac{\log_{10}(11)}{\log_{10}(7)}$	$x=\frac{\log_{10}(11)}{\log_{10}(7)}$
$x=\log_{10}\left(\frac{11}{7}\right)$	$x=\log_{10}\left(\frac{11}{7}\right)$
$\left(x=\log_{10}\left(\frac{11}{7}\right)\right)$ ▸Decimal	$x=0.196295$

(Halutessasi voit ladata tämän oppilaan vastauksen myös tiedostona, mikäli sinulla on käytössäsi TI-Nspire CAS -laskin. Tiedoston saat opettajan määräämästä paikasta.)

3 Luku 3 - Omin sanoin selitys

Tässä tehtävätyypissä sinun tulee selittää ratkaisu sanallisesti. Kirjoita ratkaisu niin että kaikki voivat sen ymmärtää. Esimerkki omin sanoin selityksestä löytyy lopusta.

Tehtävä:
Olet päättänyt tienata 100€ tekemättä mitään. Sinulle on kertynyt säästöjä 500€ ja sen lisäksi otat vielä opintolainaa 1000€. Perustat osakesalkun ja laitat sinne kaikki rahat. Opintolainan nostaminen maksaa 16€ ja todellinen vuosikorko on 0,8%. Saat osakesalkun kasaan tutun pörssihain avulla ja perustamiskustannuksiksi tulee 10€. Osakkeistasi saat vuoden aikana osinkoa 8€. Kuinka monta prosenttia osakesalkkusi arvon pitäisi nousta, jotta tienaat vuodessa 100€?

4 Luku 4 - Koodaus

Koodaus kielentämistehtävätyyppinä tarkoittaa tehtävän kääntämistä luonnolliselta kieleltä matemaattiselle kielelle tai päinvastoin. Seuraavaksi saat kokeilla, miten sinulta onnistuu luonnollisen kielen kääntäminen matemaattiselle kielelle ja kuvakielelle.

Tehtävä:
Selvitä seuraavien vihjeiden avulla funktion yhtälö ja piirrä funktio laskimella. Funktion arvojoukko on negatiivisten lukujen joukko ja positiivisista luvuista funktio saa arvoja aina neloseen asti. Funktio on määritelty kaikilla reaaliluvuilla. Funktiolla on kaksi nollakohtaa, joista toinen on kohdassa 2. Funktion kuvaaja leikkaa x-akselin kohdassa -2**. Funktion arvo kohdassa** 0 **on** 4**. Mikä on funktion arvo kohdassa 1?**

5 Luku 5 - Tiedon seulontatehtävä ja omin sanoin selitys

Tässä tehtävätyypissä sinun tulee löytää tehtävästä oleelliset tiedot ja selittää ratkaisu sanallisesti. Jos käytät laskinta, niin selvennä mitä laskin laskee.

Tehtävä:
Jaro Heikki Tiihottaja tarjoaa sinulle viikonlopputöitä vuodeksi (vuodessa 365 päivää). Joulu ja juhannus pois laskien töitä tehdään 50 viikonloppuna (lauantaisin ja sunnuntaisin). Ensimmäisenä päivänä palkkasi on puoli senttiä ja seuraavasta työpäivästä Tiihottaja maksaa aina kaksinkertaisen palkan edelliseen päivään verrattuna. Eli päivän palkat kasvavat seuraavasti: 0,005€, 0,01€, 0,02€, 0,04€ jne. Palkka maksetaan joka kuukauden 3. päivä. Ja työt aloitetaan 7.10.2017. Ottaisitko työn vastaan? Ja mikä olisi koko vuoden palkkasi?

6 Esimerkkejä omin sanoin selityksestä

Tehtävä: Äiti ostaa kaupasta neljä banaania. Hanna syö puolikkaan banaanin ja Pekka kolme puolikasta. Kuinka monta banaania jää jäljelle?

Omin sanoin selitys 1:
Halutaan selvittää kuinka paljon banaaneja jää jäljelle, kun Hanna ja Pekka ovat syöneet oman osuutensa. Koska banaaneja oli alussa 4 ja Hanna ja Pekka syö niistä yhteensä $\frac{1}{2}+3\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\frac{4}{2}=2$ niin banaaneja jää jäljelle $4-2=2$. Eli banaaneja jää jäljelle 2 kappaletta.

Omin sanoin selitys 2:
Selvitetään montako banaania jää jäljelle. Vähennetään banaanien kokonaismäärästä niistä syötävä määrä.
Banaaneja alussa : 4
Banaaneja syödään : $\frac{1}{2}+3\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\frac{4}{2}=2$
Jolloin banaaneja jää jäljelle : $4-2=2$.

EI SIIS NÄIN:

$$4-(\frac{1}{2}+3\cdot\frac{1}{2})=4-(\frac{1}{2}+\frac{3}{2})=4-\frac{4}{2}=4-2=2.$$

D Oppilaiden ratkaisuja kielentämistehtäviin

Tehtävä 1

1 Luku 1 - Ratkaisusta tehtävä

Tässä kielentämistehtävässä saat valmiin laskutoimituksen, ja sinun tehtävänä on laatia sille sanallinen tehtävänanto sekä oikea vastaus tehtävänantoosi.

Tehtävä:
Päättele ja kirjoita tehtävänanto seuraavalle ratkaisuun johtavalle laskutoimitukselle

$$\frac{15}{3} - \frac{1}{5}.$$

Kallella on 15 mangoa. Hän jakaa ne kolmelle ystävälleen. Yksi viidesosa kuuluu kuitenkin Kallelle. Kuinka monta monta mangoa Kallen ystävät saavat? Muodosta lauseke ja laske.

$$\frac{15}{3}-\frac{1}{5} \rightarrow \frac{24}{5}$$

Vastaus: Neljä kokonaista ja neljä viidesosaa.

Pöydällä on 5 kokonaista piirakkaa, jotka on jaettu kolmasosiksi.
Paljonko piirakoita jää jäljelle, kun niistä syödään viidesosa?

$$\frac{15}{3}-\frac{1}{5}=\frac{24}{5}$$

Vastaus: Piirakkaa jäi jäljelle $\frac{24}{5}$ eli 4 kokonaista ja $\frac{1}{5}$palaa.

Tehtävä 2

aluss siirrä ykkönen oikealle puolelle jolloin saat $2\cdot 3$ *potenssiin*$\cdot x=10$ *sitten jaa molemmat puolet kakkosella jolloin saat* 3 *potenssiin* $x=5$, *sitten laitat logariin log3* (5) *ja vastaukseksi tulee* .
$x=1.46497$

Virheen etsintä tehtävässä, sinun tulee löytää virhe tai virheet ja korjata ne.
Kuvitellaan nyt että olet opettaja ja oppilas palauttaa sinulle seuraavan vastauksen.
Tehtävä: Etsi ja korjaa oppilaan virheet vastauksesta perustellen. Pidä huoli, että oppilas osaa palautteesi jälkeen ratkaista vastaavanlaisen tehtävän. Antamasi tehtävä on ratkaista muuttuja x seuraavasta yhtälöstä:

$1+2\cdot 3^{x}=11$

Vastausta oli lähdetty hakemaan todella kaukaa ja sekavasti. Aluksi olisi voinut yksinkertaisesti sieventää lauseketta: $2\cdot 3^{x}=11-1$ eli $2\cdot 3^{x}=10$. Tätäkin lauseketta voi vielä sieventää jakamalla molemmat puolet 2:lla : $\frac{2\cdot 3^{x}}{2}=\frac{10}{2}$, jolloin oikealta puolelta kakkoset supistuvat pois: $3^{x}=\frac{10}{2}$ eli $3^{x}=5$. Seuraavaksi käytetään logaritmia: $\log_{3}(5)=x$. Vastaukseksi tulee $\log_{3}(5)=x$ ▸ $1.46497=x$.

Tehtävä 3

3. kielentämistehtävä

Tehtävä ratkaisemiseen tarvitsee vain vuosittainen osinko ja tavoite.

Kuinka suuri prosenttuaalinen kasvu täytyy tapahtua, jotta 8eurosta tulee 100euroa?

8*x=100 |:8

x=12,5

12,5*100=1250%

vastaus: 1250% nousu

aikaa meni 30min

Kielentämistehtävä 3.

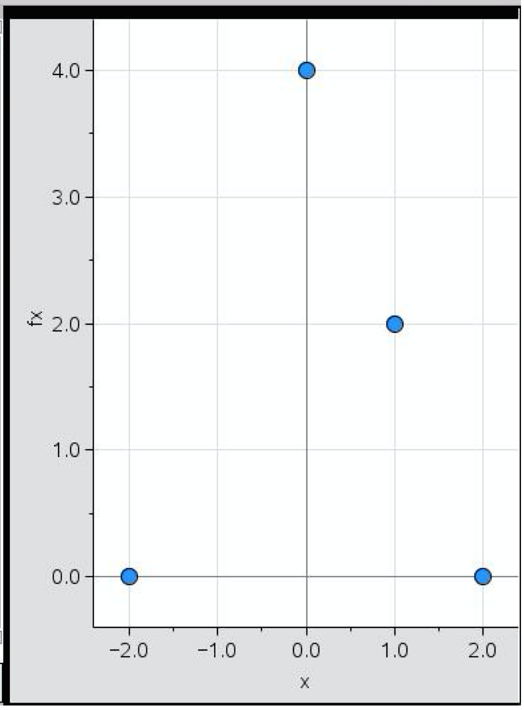
Tehtävä:

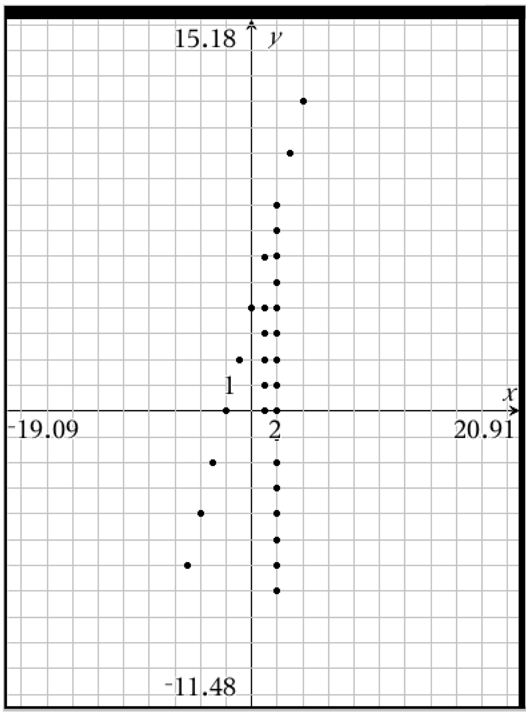
Olet päättänyt tienata 100€ tekemättä mitään. Sinulle on kertynyt säästöjä 500€ ja sen lisäksi otat vielä opintolainaa 1000€. Perustat osakesalkun ja laitat sinne kaikki rahat. Opintolainan nostaminen maksaa 16€ ja todellinen vuosikorko on 0,8%. Saat osakesalkun kasaan tutun pörssihain avulla ja perustamiskustannuksiksi tulee 10€. Osakkeistasi saat vuoden aikana osinkoa 8€. Kuinka monta prosenttia osakesalkkusi arvon pitäisi nousta, jotta tienaat vuodessa 100€?

Halutaan tietää montako prosenttia osakesalkun arvon pitäisi nousta, jotta tienataan vuodessa 100e. Rahasalkun tämänhetkinen rahamäärä $1000+500-16-10+8 \blacktriangleright 1482$ Lasketaan paljonko rahaa pitäisi olla, että vuodessa tienaisi 100e. $\frac{100}{0.008} \blacktriangleright 12500.$ Lasketaan jakolasku ja muutetaan prosentaiksi $\frac{12500}{1482} \blacktriangleright 8.43455 = 843\%$ Vastaus: Osakesalkun arvon pitäisi nousta 843%, jotta vuodessa tienaisi 100e

Tehtävä 4

	A x	B fx	C	D
=				
1	2	0		
2	-2	0		
3	0	4		
4	1	2		
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				





Tehtävä:

Selvitä seuraavien vihjeiden avulla funktion yhtälö ja piirrä funktio laskimella. Funktion arvojoukko on negatiivisten lukujen joukko ja positiivisista luvuista funktio saa arvoja aina neloseen asti. Funktio on määritelty kaikilla reaaliluvuilla. Funktiolla on kaksi nollakohtaa, joista toinen on kohdassa 2. Funktion kuvaaja leikkaa x−akselin kohdassa -2. Funktion arvo kohdassa 0 on 4. Mikä on funktion arvo kohdassa 1?

Funktion arvo kohdassa 1 on 6. Funktion yhtälö on: $f(x)=\frac{1}{2}+4$

Tehtävä 5

a(1)= 0.005

q=2

$a(n):=0.005\cdot 2^{n-1}$ ▸ *Valmis*

$a(1)$ ▸ 0.005

$a(2)$ ▸ 0.01

$a(3)$ ▸ 0.02

$a(4)$ ▸ 0.04

$a(100)$ ▸ $3.16913\text{E}27$

$\dfrac{3.16913\text{E}27}{100}$ ▸ $3.16913\text{E}25$

s(100)= $\dfrac{0.005\cdot(1-2^{100})}{1-2}$ ▸ $6.33825\text{E}27$

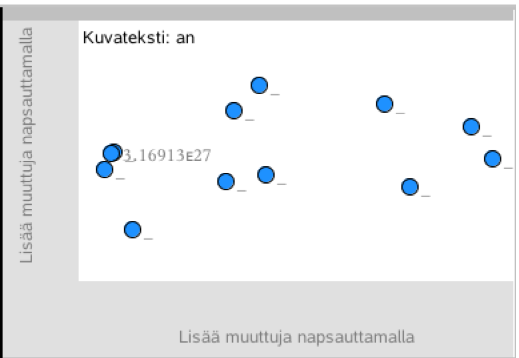
$\dfrac{6.33825\text{E}27}{100}$ ▸ $6.33825\text{E}25$

$633825\cdot 10^{25}$ ▸ $6338250000000000000000000000000$

V: 6 338 250 000 000 *triljoonaa* €

	n	B an	C	D
=				
1	1	_		
2	2	_		
3	3	_		
4	4	_		
5	5	_		
6	6	_		
7	7	_		
8	8	_		
9	9	_		
10	10	_		
11	50	_		
12	100	3.16913...		

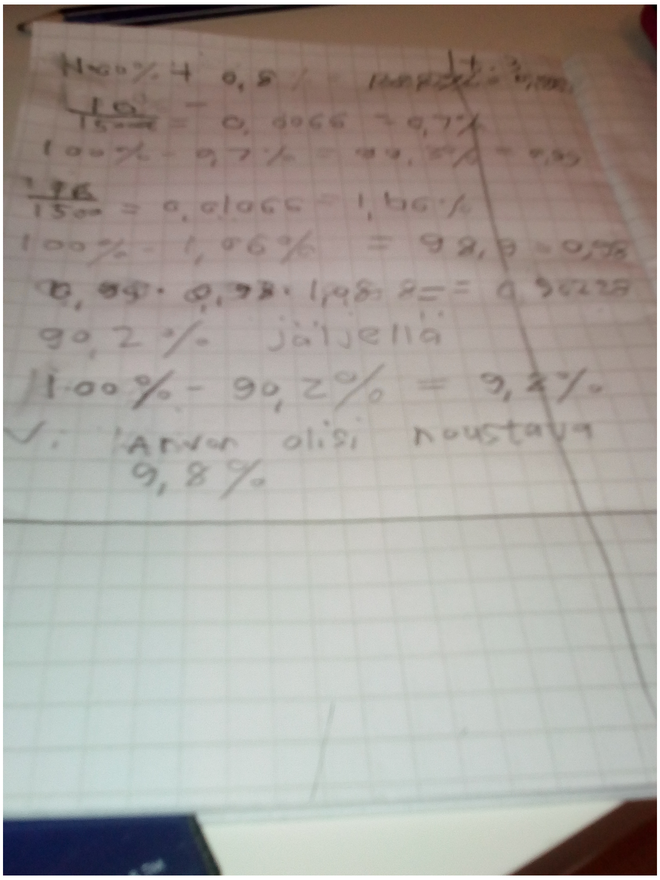
C7

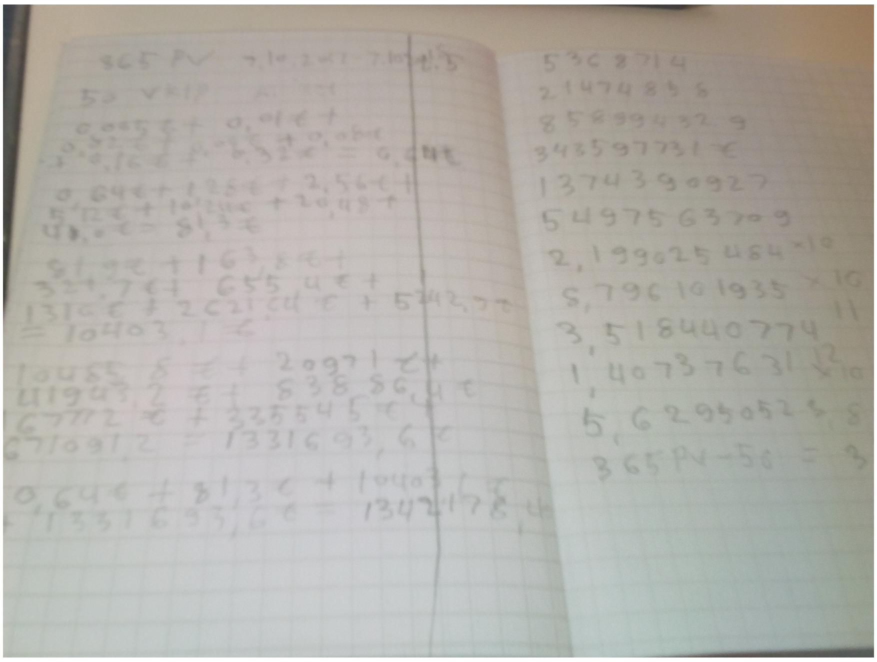


paljon työpäivinä saa rahaa. Palkka kaksinkertaistuu edellisen päivän palkkaan verrattuna. Työtä tehdään 50 viikonlopun ajan, eli 100 päivän ajan. Taulukko sanoo sadan päivän palkaksi $3.1691265005706\text{E}27$, joka ei kerro minulle hölynpölöystäkään. Mutta tällaisen palkan saisi, jos Jarolle menisi töihin.

En ottaisi työpaikkaa vastaan, koska Jaro ei vaikuta kovin luotettavalta työnantajalta.

Käsin tehtyjä ratkaisuja





E Kyselyn 2 kysymykset ja tulokset

Kysely 2 - Kielentämistehtävät

1. Olen *

Osallistujamäärä: 29

16 (55.2%): tyttö

13 (44.8%): poika

2. MAY1 kurssin jälkeen alan opiskella *

Osallistujamäärä: 29

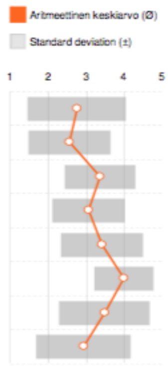
7 (24.1%): Lyhyttä matematiikkaa

22 (75.9%): Pitkää matematiikkaa

3. Vastaa seuraaviin kysymyksiin tämän hetken tunteidesi ja ajatustesi mukaan.

Osallistujamäärä: 28

	täysin eri mieltä (1)		jokseenkin eri mieltä (2)		en osaa sanoa (3)		jokseenkin samaa mieltä (4)		täysin samaa mieltä (5)			
	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Ø	±
Minua pelottaa, miten se...	6x	21,43	7x	25,00	5x	17,86	8x	28,57	2x	7,14	2,75	1,29
Minua pelottaa, miten op..	5x	18,52	9x	33,33	6x	22,22	7x	25,93	-	-	2,56	1,09
Minusta matematiikan sä...	-	-	6x	22,22	7x	25,93	12x	44,44	2x	7,41	3,37	0,93
Sähköiset tehtävät ja ko...	2x	7,41	4x	14,81	12x	44,44	8x	29,63	1x	3,70	3,07	0,96
Uskon että voin oppia iha..	1x	3,70	6x	22,22	4x	14,81	13x	48,15	3x	11,11	3,41	1,08
Menestyminen matemati...	-	-	2x	7,41	2x	7,41	17x	62,96	6x	22,22	4,00	0,78
Olen mielestäni hyvä ma...	2x	7,41	4x	14,81	5x	18,52	11x	40,74	5x	18,52	3,48	1,19
Matemaattisuus kulkee g...	4x	14,81	6x	22,22	8x	29,63	6x	22,22	3x	11,11	2,93	1,24

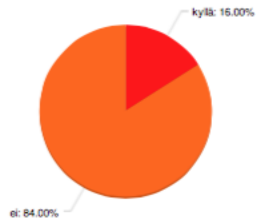


4. Oletko käyttänyt kielentämistehtävissä käytettäviä vastausrakenteita jo peruskoulussa?

Osallistujamäärä: 25

4 (16.0%): kyllä

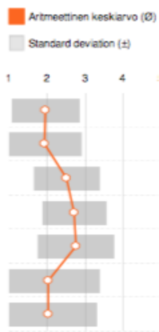
21 (84.0%): ei



5. Mitä mieltä olet kielentämistehtävistä?

Osallistujamäärä: 25

vasen	-2 (1)		-1 (2)		0 (3)		1 (4)		2 (5)		oikea		
	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ	%		Ø	±
Liian Vaikeita	10x	40,00	6x	24,00	9x	36,00	-	-	-	-	Liian Helppoja	1,96	0,89
Epämieluisia	11x	44,00	7x	28,00	5x	20,00	2x	8,00	-	-	Mieluisia	1,92	1,00
Eivät niin opettavaisia ku..	3x	12,00	9x	36,00	10x	40,00	3x	12,00	-	-	Opettavaisempia kuin mu..	2,52	0,87
Eivät ole hyödyllisiä	2x	8,00	6x	24,00	15x	60,00	1x	4,00	1x	4,00	Hyödyllisiä	2,72	0,84
Eivät auta ymmärtämään	3x	12,00	6x	24,00	11x	44,00	4x	16,00	1x	4,00	Auttavat ymmärtämään	2,76	1,01
Työläämpiä kuin muut te...	13x	52,00	4x	16,00	4x	16,00	2x	8,00	2x	8,00	Muut tehtävät ovat työlä...	2,04	1,34
Vievät paljon aikaa	12x	48,00	5x	20,00	5x	20,00	1x	4,00	2x	8,00	Vievät vähän aikaa	2,04	1,27



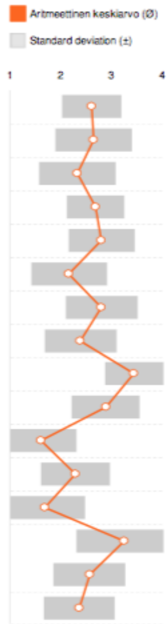
Kysymykset kyselyn kysymykseen 6

1. Käytän matematiikassa mielelläni luonnollista kieltä ratkaisun tukena.
2. Sellaista matematiikan tehtävää, jossa on selitetty vaiheita luonnollisella kielellä, on helpompi ymmärtää kuin sellaista, jossa on vain matematiikan symbolikieltä.
3. Luonnollinen kieli ei mielestäni auta haastavien käsitteiden ymmärtämistä tai käsittelyä.
4. Ratkaisen mielelläni erityylisiä matematiikan tehtäviä.
5. Perustelen ratkaisuni välivaiheita mielelläni käyttämällä matematiikan kaavoja tai muuta matematiikan symbolikieltä.
6. Selitän mielelläni muille matematiikan tehtävän ratkaisuani.
7. Sanalliset tehtävät (muutkin kuin kielentämistehtävät) eivät yleisesti ottaen motivoi minua.
8. Perustelujen kirjoittaminen sanallisesti on mielestäni helppoa.
9. En koe oppimistulosteni parantuneen opintojaksolla olleiden kielentämistehtävien ansiosta.
10. Luonnollisen kielen käyttäminen matematiikan tehtävän ratkaisussa on työlästä.
11. Koin opintojakson kielentämistehtävät innostavina.
12. Oma kirjallinen kommentointi ja väliotsikointi helpottavat matematiikan tehtävän ratkaisua.
13. Koin opintojakson aikana onnistumisen elämyksiä kielentämistehtävien parissa.
14. Opintojakson kielentämistehtävät eivät olleet helppoja.
15. Sanallisten perustelujen liittäminen osaksi tehtävän ratkaisua on turhaa.
16. Tehtävän perustelu sanallisesti ei juuri vie aikaa.

6. Vastaa seuraaviin väittämiin.

Osallistujamäärä: 25

	täysin eri mieltä (1)		jokseenkin eri mieltä (2)		jokseenkin samaa mieltä (3)		täysin samaa mieltä (4)			
	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Σ	%	Ø	±
1. Käytän matematiikass...	1x	4,00	8x	32,00	16x	64,00	-	-	2,60	0,58
2. Sellaista matematiika...	1x	4,00	10x	40,00	11x	44,00	3x	12,00	2,64	0,76
3. Luonnollinen kieli ei m..	3x	12,00	12x	48,00	9x	36,00	1x	4,00	2,32	0,75
4. Ratkaisen mielelläni e...	-	-	9x	36,00	15x	60,00	1x	4,00	2,68	0,56
5. Perustelen ratkaisuni ...	1x	4,00	5x	20,00	17x	68,00	2x	8,00	2,80	0,65
6. Selitän mielelläni mui...	4x	16,00	14x	56,00	6x	24,00	1x	4,00	2,16	0,75
7. Sanalliset tehtävät (m...	-	-	9x	36,00	12x	48,00	4x	16,00	2,80	0,71
8. Perustelujen kirjoitta...	2x	8,33	12x	50,00	9x	37,50	1x	4,17	2,38	0,71
9. En koe oppimistuloste...	-	-	1x	4,00	12x	48,00	12x	48,00	3,44	0,58
10. Luonnollisen kielen k..	1x	4,00	4x	16,00	17x	68,00	3x	12,00	2,88	0,67
11. Koin opintojakson ki...	13x	52,00	9x	36,00	3x	12,00	-	-	1,60	0,71
12. Oma kirjallinen komm.	3x	12,00	12x	48,00	10x	40,00	-	-	2,28	0,68
13. Koin opintojakson aik..	13x	52,00	7x	28,00	5x	20,00	-	-	1,68	0,80
14. Opintojakson kielent..	2x	8,00	2x	8,00	9x	36,00	12x	48,00	3,24	0,93
15. Sanallisten perustelu...	-	-	14x	56,00	8x	32,00	3x	12,00	2,56	0,71
16. Tehtävän perustelu s...	2x	8,00	13x	52,00	9x	36,00	1x	4,00	2,36	0,70



7. Aiotko hyödyntää kielentämistä jatkossa? Esimerkiksi perustelemalla ratkaisujasi sanallisesti.

Osallistujamäärä: 25

6 (24.0%): kyllä

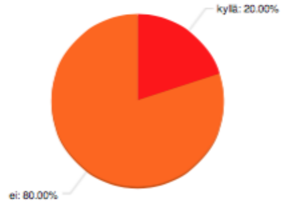
19 (76.0%): ei

8. Ovatko kielentämistehtävät mielestäsi hyviä koetehtäviä?

Osallistujamäärä: 25

5 (20.0%): kyllä

20 (80.0%): ei



9. Mitä hyötyä mielestäsi kielentämistehtävistä on?

Osallistujamäärä: 14

- No en nähnyt niissä mitään hyötyä, koska tarvitsen opetuksen ensin, että miten ratkaista jokin tehtävä tai miten asia menee, että voin tehdä samoja asioita itse.
- Kai niistä jotkut oppivat paremmin, itse en niistä oikein pidä.
- Oppii ajattelemaan mitä oikeasti laskee.
- Ei oikein mitään
- Ei mitään ainakaan minulle
- vaikea sanoa, aika vaikeita olivat
- Ei oikeen mitää
- Ei mitään.
- Oppii kertomaan sanallisesti vastauksen.
- En osaa sanoa
- Kyseisten tehtävien avulla oppi kertomaan esimerkiksi tehtävistä välivaiheista sanallisesti. Samalla toki oppi enemmän sanallisten perusteluiden tekemisestä. Sanallisia vastauksia on tehty jo ala-asteelta lähtien, niin kielentämistehtävistä oppi sanallisen vastauksen antamisen lisäksi perustelemaan vastaustaan. Joissakin tapauksissa matemaattisen kielen kääntäminen luonnolliselle kielelle on hieman vaikeaa. Kielentämistehtävät toivat kuitenkin vaihtelua muihin tehtäviin verrattuna.
  "Ylioppilaskokeissa täydellinen matematiikan vastaus edellyttää luonnollisella kielellä annettuja perusteluja." Vaikka omiin ylioppilaskirjoituksiini on vielä aikaa, on kuitenkin tässä vaiheessa jo hyvä oppia perustelemaan vastauksensa. Ja eihän se kuitenkaan loppujen lopuksi ole kovin vaikeaa.
- On selkeää, että kirjoittaa myös "kirjalliset välivaiheet" näkyviin, jolloin on helpompi nähdä, mitä kaavoja tai laskutoimituksia on laskussa käyttänyt.
- En osannut niitä.
- Ne auttavat hieman oppimaan.

10. Onko sinulla parannusehdotuksia kielentämistehtäviin tai jotain muuta palautetta?

Osallistujamäärä: 13

- Selkeämpiä tai ainakin kerrotaan esimerkki ratkaisu jostain tehtävästä, itse olin aivan pihalla mitä edes piti tehdä. Tuottivat liikaa stressiä, kun oli oletus, että kielentämistehtävät olivat pakollisia.
  Voisitko myös ensikertalla laittaa kyselyysi onko -2 vaikea vai helppo vai onko 2 vaikea vai helppo, jos 0 on kuitenkin keskiverto.
- En muista sanottiinko, että näistä pitäisi selviytyä, mutta mielestäni ne olivat aivan liian vaikeita. Muutama tehtävä oli niin vaikea, etten edes pystynyt yrittämään yksin.
- Ne voisi olla helpompia
- vähän simppelimpiä
- ei
- ei oikeen ole
- Olivat aika sekavia... Voisivat olla selvempiä.
- Joitainasioita ei oltu edes opetettu.